

# MODELAREA GEOMETRICĂ ȘI CINEMATICA ASISTATĂ A RI CU ARHITECTURĂ DE TIP BRAȚ ARTICULAT UTILIZÂND O FORMALIZARE MATEMATICĂ ORIGINALĂ (DIFERITĂ DE CONVENȚIILE HARTENBERG - DENAVIT) ȘI VALIDAREA MODELELOR PROPUSE UTILIZÂND PRODUSUL SOFTWARE ABB ROBOTSTUDIO

MARIN Ionuț Gabriel

Conducători științifici: As.drd.ing. **Cozmin CRISTOIU**  
Prof.dr.ing. **Adrian NICOLESCU**, Departamentul MSP

**REZUMAT:** În cadrul acestei teme s-a urmărit fundamentarea unui formalizării matematice originale pentru modelarea geometrică directă pentru roboți industriali cu arhitectura generală de tip braț articulată. Modelul matematic a fost aplicat cu succes pe 2 arhitecturi de RI, ABB IRB 6700 cu lanț cinematic deschis, respectiv ABB IRB 460 cu lanț cinematic închis. Validarea datelor a fost făcută prin intermediul ABB Robot Studio, respectiv Catia V5 R21.

**CUVINTE CHEIE:** model geometric direct ,formalizare matematică

## 1 INTRODUCERE

Lucrarea de față își propune fundamentarea unei formalizării matematice originale pentru cinematica directă a roboților industriali de tip braț articulată.

În obținerea poziției punctului caracteristic al RI, s-au folosit matrici de rotație și de translație, după X,Y sau Z, în funcție de necesitate. Modelul își propune, ca pornind de la sistemul de axe de referință de la baza RI și până la cel al punctului caracteristic să nu se schimbe orientarea sistemelor de axe, ca în convențiile Hartenberg-Denavit, pentru lucrul mai ușor și mai logic.

De asemenea, modelul își propune să țină cont de parametrii constructivi ai RI, precum dezaxări și dependențe unghiulare între cuple.

## 2 STADIUL ACTUAL

În prezent modelarea geometrică a cinematicii directe, pune la dispoziție mai mulți algoritmi matematici de rezolvare, precum modelarea geometrică trigonometrică, care nu ține cont de toți parametrii constructivi ai RI, cât și convențiile Hartenberg-Denavit, care sunt destul de greu de aplicat în unele cazuri.

Modelarea geometrică și cinematica directă, reprezintă modul general de a ajunge pornind de la baza RI de coordonate (0,0,0), prin transformări succesive, de rotație sau translație, ținând cont de lungimile segmentelor RI, până la coordonatele punctului caracteristic al efectorului de coordonate (X<sub>i</sub>,Y<sub>i</sub>,Z<sub>i</sub>).

### 2.1 Alcătuirea matricelor de trecere de la un sistem de coordonate la altul

Pentru a face trecerea de la un sistem de coordonate la altul, am alcătuit 2 tipuri de treceri, fie prin rotație, fie prin translație de la un sistem la altul. Așadar, vom avea în total 6 posibilități de mișcare: 3 rotații, după X, Y,Z sau 3 translații în lungul lui X,Y sau Z.

Prin urmare au fost definite 3 matrici de rotație, după cum urmează:

$$R_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X_i - X_{i-1} \\ 0 & \cos \theta_i & -\sin \theta_i & Y_i - Y_{i-1} \\ 0 & \sin \theta_i & \cos \theta_i & Z_i - Z_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$R_y = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & 0 & \sin \theta_i & X_i - X_{i-1} \\ 0 & 1 & 0 & Y_i - Y_{i-1} \\ -\sin \theta_i & 0 & \cos \theta_i & Z_i - Z_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

---

Specializarea Robotică, Facultatea IMST, anul III;

E-mail : [gaby.exel23@gmail.com](mailto:gaby.exel23@gmail.com) ;

$$R_z = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & X_i - X_{i-1} \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & Y_i - Y_{i-1} \\ 0 & 0 & 1 & Z_i - Z_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Unde  $\theta_i$  reprezintă parametrul unghiular cu care se rotește un segment al RI, față de segmentul anterior, iar  $X_i - X_{i-1}$ ,  $Y_i - Y_{i-1}$ ,  $Z_i - Z_{i-1}$  reprezintă distanțele pe X, Y și Z dintre vechiul sistem de axe și noul sistem de axe.

Matricele de translație sunt derivate din cele de rotație, atunci când sunt eliminați parametrii unghiulari  $\theta_i$ , iar distanțele  $X_i - X_{i-1}$ ,  $Y_i - Y_{i-1}$ ,  $Z_i - Z_{i-1}$ , rămân în continuare valabile.

Se pot defini, fie câte o matrice de translație după fiecare axă, fie o singură matrice de translație după X, Y și Z care este rezultatul înmulțirii celor 3 matrici după fiecare axă.

Prin urmare, matricile de translație după fiecare axă în parte vor arăta după cum urmează:

$$T_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X_i - X_{i-1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$T_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & Y_i - Y_{i-1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$T_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & Z_i - Z_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Înmulțind cele 3 matrici va rezulta matricea  $T_{xyz}$ .

$$T_{xyz} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X_i - X_{i-1} \\ 0 & 1 & 0 & Y_i - Y_{i-1} \\ 0 & 0 & 1 & Z_i - Z_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

Poziția finală a punctului caracteristic al efectorului va fi dată de înmulțirea matricilor de

rotație și/sau de translație succesive, în funcție de axe definite pe RI.

Foarte important este faptul că înmulțirea matricilor nu este asociativă, prin urmare,

$$R_x * R_z \neq R_z * R_x \quad (8)$$

Forma finală a unei matrici rezultante va arăta după cum urmează:

$$T_p = R_{x_i} * T_{x_i} * R_{y_i} * T_{y_i} * R_{z_i} * T_{z_i} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & X_p \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & Y_p \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & Z_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Unde  $a_{ij}$  reprezintă elementele unei matrici de rotație de la sistemul de coordonate anterior la noul sistem, iar  $X_p, Y_p, Z_p$  sunt coordonatele punctului caracteristic al efectorului în raport cu sistemul de axe de la baza RI.

## 2.2 Testarea pe RI model ABB IRB 6700/ 2,7m-300 kg



Fig.1. Model RI ABB IRB6700

Pentru a putea fi testat modelul matematic, a fost necesar să utilizez o arhitectură de robot industrial, a cărei cinematică o puteam verifica utilizând soft-ul ABB Robot Studio.

Prin urmare, modelul ales este ABB IRB 6700 cu sarcina maximă portantă 300kg, cu segmente dispuse excentric.

S-a plecat de la crearea unei scheme cinematice a modelului de referință (figura 2), iar apoi s-au adăugat distanțele majore dintre cuple, pe baza fișei tehnice a RI, fiind notate succint  $L_{IJ}$ , unde  $I$  este numărul distanței, iar  $J$  este axa pe care se află distanța (X, Y, Z).

S-au adăugat apoi sisteme de axe în fiecare cuplă în parte (figura 3), plecând de la baza RI cu sistemul  $O, O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6$ .

Pe baza tipurilor de rotație a cuplelor se poate defini și tipul de matrice de rotație pentru cinematica directă.

Mișcarea de rotație de la baza RI este în jurul axei Z. Mișcarea de rotație dintre baza RI și segmentul 1 este de rotație în jurul axei Y. Mișcarea de rotație dintre segmentul 1 și segmentul 2 este în jurul axei Y. Urmează sistemul de orientare al efectorului, care este de forma roll-pitch-roll, adică rotație în jurul lui X, a lui Y și a lui X.

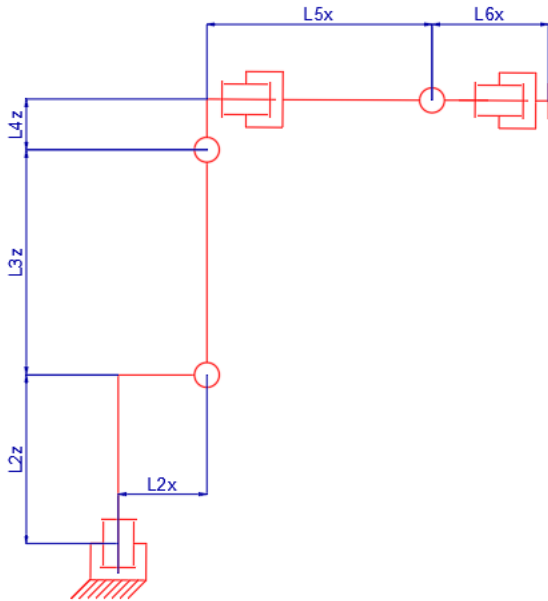


Fig.2. Schema cinematică a RI cu distanțele majore dintre cuple

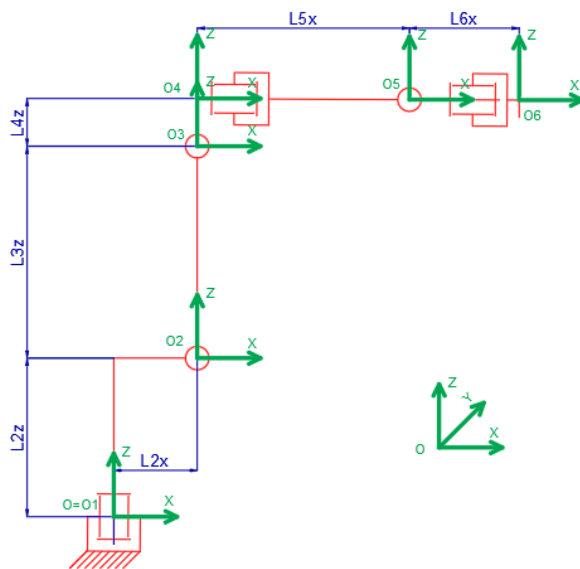


Fig.3. Schema cinematică a RI cu sisteme de axe adăugate

Prin urmare, matricea finală de forma  $T_p$ , care ne va oferi coordonatele punctului

caracteristic al efectorului, va fi dată de următoarea înmulțire:

$$T_p = R_{01z} * R_{12y} * R_{23y} * R_{34x} * R_{45y} * R_{56x} \quad (10)$$

Pentru a putea efectua această înmulțire ne vom folosi de distanțele dintre cuple ca fiind distanțe pe X, Y sau Z și respectiv de unghiurile de rotație maxime pe fiecare cuplă (tabelul 1.)

Tabelul 1. Parametrii pe cuple

Cuplă	Interval de rotație [grade]
1	$\theta_1 \in [-170^\circ ; +170^\circ]$
2	$\theta_2 \in [-65^\circ ; +85^\circ]$
3	$\theta_3 \in [-180^\circ ; +70^\circ]$
4	$\theta_4 \in [-300^\circ ; +300^\circ]$
5	$\theta_5 \in [-130^\circ ; +130^\circ]$
6	$\theta_6 \in [-360^\circ ; +360^\circ]$

Lungimile reprezentate în figura 2 sunt centralizate în tabelul 2.

Tabelul 2. Lungimile segmentelor

Denumire lungime	Valoare [mm]
$L_{2x}$	350
$L_{2z}$	780
$L_{3z}$	1145
$L_{4z}$	200
$L_{5x}$	1212,5
$L_{6x}$	220

Având toate datele se pot scrie matricile de trecere de la fiecare sistem de axe la următorul, după cum urmează:

$$R_{01z} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$R_{12y} = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 & L_{2x} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 & L_{2z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$R_{23y} = \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & 0 & \sin \theta_3 & L_{3x} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta_3 & 0 & \cos \theta_3 & L_{3z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$R_{34,x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 & 0 \\ 0 & \sin \theta_4 & \cos \theta_4 & L_{4z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$R_{45,y} = \begin{pmatrix} \cos \theta_5 & 0 & \sin \theta_5 & L_{5x} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta_5 & 0 & \cos \theta_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$R_{56,x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & L_{6x} \\ 0 & \cos \theta_6 & -\sin \theta_6 & 0 \\ 0 & \sin \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (16)$$

Matricea rezultată  $T_p$ , va fi dată de înmulțirea acestor matrici de rotație:

$$T_p = R_{01z} * R_{12y} * R_{23y} * R_{34x} * R_{45y} * R_{56x} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & X_p \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & Y_p \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & Z_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

Pentru a facilita calculul și pentru a nu se face nici o greșeală, datele au fost introduse în mediul de calcul MathCAD. Inițial s-a plecat de la premiza că toți parametri unghiulari  $\theta_i$  sunt egali cu 0, prin urmare poziția punctului caracteristic ar trebui să fie:

Pe X:  $L_{2x} + L_{5x} + L_{6x} = 350 + 1212,5 + 220 = 1782,5$  mm

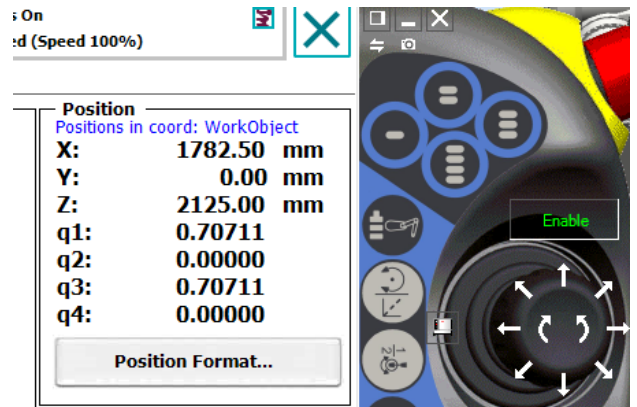
Pe Z:  $L_{2z} + L_{3z} + L_{4z} = 780 + 1145 + 200 = 2125$  mm.

Rezultatul din MathCAD se poate observa în figura 4.

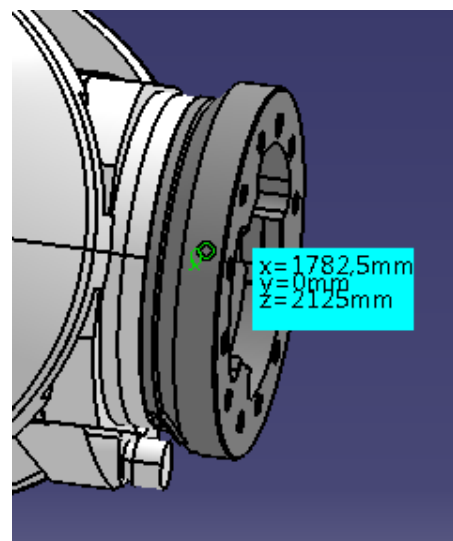
$$T_p := T_{01z} \cdot T_{12y} \cdot T_{23y} \cdot T_{34x} \cdot T_{45y} \cdot T_{56x} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1782.5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2125 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Fig.4. Rezultatul poziției de 0 din MathCAD**

Același rezultat a fost oferit și de către ABB RobotStudio (figura 5) și de către CatiaV5 (figura 6)



**Fig.5. Rezultatul poziției de 0 din ABB RobotStudio**



**Fig.6. Rezultatul poziției de 0 din Catia V5**

Pentru a putea testa și pentru parametri unghiulari diferiți de 0 au fost folosite următoarele valori:

$$\theta_1=6,84 ; \theta_2=5,38 ; \theta_3=-2,15 ; \theta_4=-18,8 ; \theta_5=12,59 ; \theta_6=-7,11$$

Rezultatul din MathCAD se poate observa în figura 7.

$$T_p := T_{01z} \cdot T_{12y} \cdot T_{23y} \cdot T_{34x} \cdot T_{45y} \cdot T_{56x} = \begin{pmatrix} 0.964 & -0.158 & 0.212 & 1879.391 \\ 0.045 & 0.888 & 0.458 & 209.87 \\ -0.261 & -0.432 & 0.863 & 1993.9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Fig.7. Rezultatul poziției 1 în MathCAD**

Deoarece ABB RobotStudio, ține cont și de calibrarea RI și pentru că gradele pe fiecare cuple, sunt notate cu 2 zecimale, dar în realitate sunt mai multe, valorile au dat apropiate (figura 8), iar în Catia V5, unde nu se ține cont de calibrarea RI,

valorile au dat identice cu cele din MathCAD (figura 9).

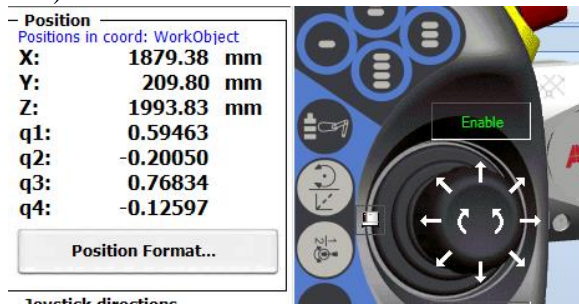


Fig.8. Rezultatul poziției 1 în ABB RobotStudio

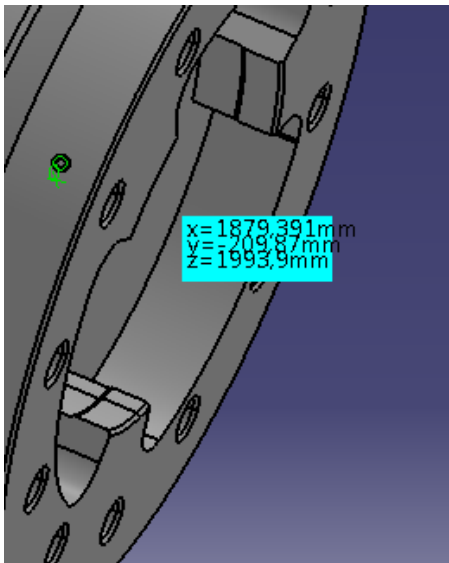


Fig.9. Rezultatul poziției 1 în Catia V5

### 2.3 Testarea pe RI model ABB IRB 460

Modelul de robot industrial ABB IRB 460 (figura 10), este un model cu lanț cinematic închis, dedicat operațiilor de paletizare.

Modelarea cinematică a acestui RI este mai complexă decât la modelul anterior. Complexitatea vine de la faptul că trebuie modelate matematic toate cuplele pasive ale RI și resetate în poziția de „zero”, fiind cuple ce influențează poziția finală a punctului caracteristic al efectorului. Din acest considerent, vor fi adăugate matrici de rotație în plus, matrici care vor reda dependența unghiulară a patruleterelor articulate, față de parametrii unghiulari  $\theta_2$  și  $\theta_3$ .



Fig.10. Model RI ABB IRB 460

#### 2.3.1

După determinarea poziției cuplelor, în poziția de „zero” s-au scris următoarele matrici:

$$T_{01z} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & X_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & Y_1 \\ 0 & 0 & 1 & Z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$T_{12y} = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & 0 & \sin \theta_2 & X_2 \\ 0 & 1 & 0 & Y_2 \\ -\sin \theta_2 & 0 & \cos \theta_2 & Z_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$T_{24y} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_3 - \theta_2) & 0 & \sin(\theta_3 - \theta_2) & X_4 \\ 0 & 1 & 0 & Y_4 \\ -\sin(\theta_3 - \theta_2) & 0 & \cos(\theta_3 - \theta_2) & Z_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$T_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X_5 \\ 0 & 1 & 0 & Y_5 \\ 0 & 0 & 1 & Z_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (21)$$

$$T_{4reset} = \begin{pmatrix} \cos(-\theta_3) & 0 & \sin(-\theta_3) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(-\theta_3) & 0 & \cos(-\theta_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (22)$$

$$T_{45} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X_6 \\ 0 & 1 & 0 & Y_6 \\ 0 & 0 & 1 & Z_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (23)$$

Unde  $X_i$ ,  $Y_i$ ,  $Z_i$  reprezintă coordonatele fiecărui sistem de axe a RI. Chiar dacă RI, are decât 4 axe comandate numeric, cinematic s-au definit 6.

Poziția finală a RI, va fi dat de înmulțirea matricilor:

$$T_p = R_{01z} * R_{12y} * R_{24y} * T_5 * T_{4reset} * R_{45} \quad (24)$$

De această dată, datele au fost introduse în Excel, deoarece a fost mult mai simplu de lucrat cu înmulțirea mai multor matrici, pentru teste și determinări corecte.

Deoarece în poziția de „0”, coordonatele au dat corect, s-a testat în primul rând corectitudinea calcului, atunci când parametrii unghiulari  $\theta_i$  sunt diferiți de 0.

Primul caz a fost atunci când, parametrii unghiulari au avut următoarele valori:

$$\theta_1=0 ; \theta_2=18,44 ; \theta_3=35,83$$

Rezultatul din calcul este prezentat în figura 11, unde coordonatele punctului C4, reprezintă coordonatele punctului caracteristic al efectorului.

Cuple active	X	Y	Z
C1	0	0	234.5
C2	260	0	742.5
C3	260	0	742.5
C4	1609.940634	0	787.463

Fig.11. Coordonate în Excel

Validarea a avut loc tot prin intermediul RobotStudio (figura 12) și al Catia V5 (figura 13).

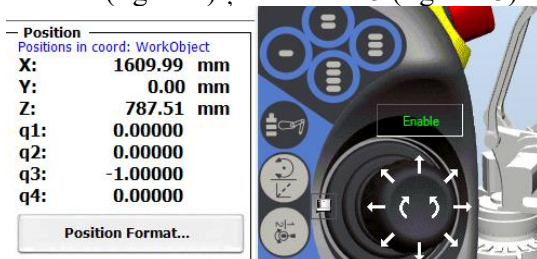


Fig.12. Rezultatul poziției în RobotStudio

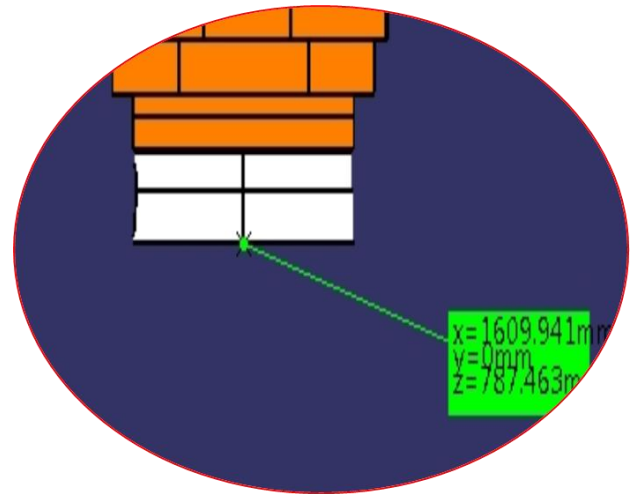


Fig.13. Rezultatul poziției în Catia V5

Pentru siguranță a fost testat încă un caz. Parametrii unghiulari au fost următorii:

$$\theta_1=10,6 ; \theta_2=18,44 ; \theta_3=54,06$$

Rezultatul din calcul se poate vedea în figura

14.

Cuple active	X	Y	Z
C1	0	0	234.5
C2	255.5631908	47.82735116	742.5
C3	255.5631908	47.82735116	742.5
C4	1356.967261	253.9495204	557.606

Fig.14. Coordonate în Excel pentru cazul 2

Rezultatele din RobotStudio se pot observa în figura 15, iar din Catia V5 în figura 16.

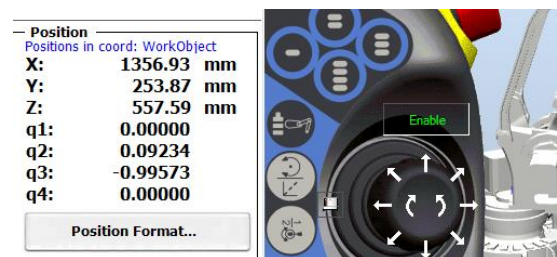


Fig.15. Rezultatul poziției în RobotStudio

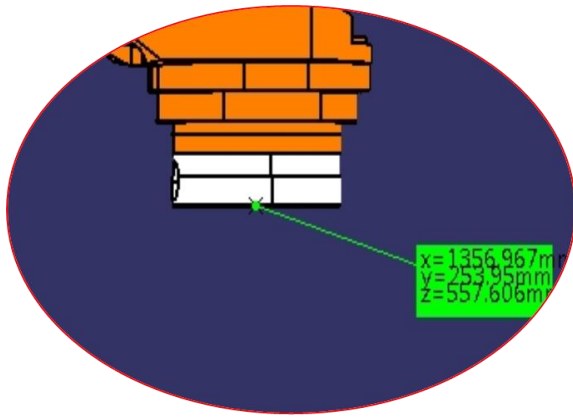


Fig.16. Rezultatul poziției în Catia V5

### 3 DIRECȚII DE CONTINUARE A LUCRĂRII

În viitor, îmi propun realizarea cinematicii inverse folosindu-mă de același algoritm și de asemenea de extinderea algoritmului pentru mai multe tipodimensiuni de RI, nu doar pentru braț articulat.

### 4 CONCLUZII

În lucrarea de față, a fost fundamentat un nou model matematic pentru modelarea geometrică directă a roboților industriali de tip braț articulat, model ce a fost validat cu ajutorul ABB RobotStudio.

### 5 MULȚUMIRI

Mulțumirile speciale, merg către as.drd.ing. Cozmin CRISTOIU, alături de care, s-a lucrat cot la cot, pentru rezolvarea problemelor modelului matematic și către prof. dr.ing. Adrian NICOLESCU, pentru sprijinul, fără de care nu s-ar fi putut duce la bun sfârșit lucrarea de față.

### 6 BIBLIOGRAFIE

[1] Baza CAD a robotului industrial ABB IRB 6700, cât și a documentației specifice se pot găsi la adresa

<http://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/irb-6700>

Accesat la data: 10.05.2017

[2] Baza CAD a robotului industrial ABB IRB 460, cât și a documentației specifice se pot găsi la adresa

<http://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/irb-460>

Accesat la data: 10.05.2017