

# ALGORITMI MATEMATICI ÎN FLUXURI LOGISTICE

**BĂDIȚA Livia**

Conducător științific: Conf.dr.ing. **George ENCIU**; As.dr.ing. **Adrian POPESCU**

După cum este cunoscut până la momentul actual, multe probleme de decizie sunt formulate ca algoritmi matematici care necesită maximizarea sau minimizarea unei funcții obiectiv raportându-se la anumite restricții. Prin elaborarea unor astfel de algoritmi matematici specializați, care să folosească o anumită structură, se pot obține rezultate importante în direcția eficientizării calculului și folosirea optimă a rezultatelor. Unul dintre domeniile de aplicabilitate a unor astfel de algoritmi este logistica industrială, mai exact sunt utilizați pentru optimizarea fluxurilor logistice. În prezenta lucrare se încearcă abordarea matematică în contextul optimizării fluxurilor logistice și sintetizarea legăturilor existente. Vom discuta unul dintre cei mai importanți algoritmi de optimizare a capacității de producție și a resurselor de diferite tipuri. În funcție de scopurile urmărite pot fi definite mai multe tipuri de algoritmi matematici cu aplicabilitate în domeniul logistic, însă vom aborda o problemă de tip transport generalizată la o clasă de probleme de alocare a resurselor.

## 1 INTRODUCERE

Modelul problemei de transport a apărut din considerente economice în diverse sectoare de activitate. Optimizarea costurilor de transport și de producție a reperelor/produselor de la furnizor/producători către punctele de depozitare sau beneficiari/consumatori, fiind esențială pentru toate companiile din diferite domenii de activitate.

În contextul problemelor de optimizare, un loc special îl ocupă problemele de tip transport. Modelul matematic care stă la baza rezolvării acestei probleme oferă un algoritm care este în măsură să determine soluția optimă în această problematică.

În cadrul modelului matematic, pot apărea situații tratate ca model pentru problema de transport echilibrată, cât și ca model pentru problema de transport neechilibrată, atât pentru minimizarea funcției obiectiv, cât și pentru maximizarea acesteia. Soluția acestei probleme este optimă dacă asigură condițiile și cerințele beneficiarilor, iar cheltuielile sunt minime.

Condiția principală impusă ca modelul pentru problema de transport să fie echilibrată este ca bunurile disponibile să aibă cantitățile cel puțin egale cu cantitățile bunurilor necesare.

Problema de transport are o abordare extrem de generalizată, dar aceasta poate fi mai apoi concretizată într-un număr mare de cazuri, specificând dacă există sau nu puncte intermediare sau obstacole între surse și destinații, modul în care se face transportul și scopurile urmărite.

Problema standard de transport este întâlnită sub denumirea de Problema Hitchcock – Koopmans, deoarece a fost enunțată de F. L. Hitchcock în 1941 și completată de Koopmans în 1947. (Leon S. Lasdon, 1975)

## 2 STADIUL ACTUAL

În cadrul lucrării este prezentată procedura de bază, câteva modele ale ei, precum și interpretarea într-o formă logică și cât mai simplă a problemei standard de transport.

Deoarece acest algoritm utilizează valori întregi ale parametrilor, pentru a determina o soluție optimă întregă, ea are în esență un caracter combinatorial.

Totuși în practică pot apărea chiar și probleme mai mari, a căror soluționare poate deveni dificilă fie datorită limitărilor de resurse, fie datorită limitărilor de timp. Pentru concretizarea legăturilor dintre algoritmi matematici și fluxurile logistice, în cadrul lucrării sunt prezentate o serie de exemple generalizate care pot fi întâlnite în diferite sectoare de activitate ale logisticii.

---

<sup>1</sup> Specializarea Logistică Industrială, Facultatea Ingineria și Managementul Sistemelor Tehnologice;

E-mail: [livia.badita92@gmail.com](mailto:livia.badita92@gmail.com);

## 2.1 Problema de transport Hitchcock-Koopmans

### 2.1.1 Optimizarea liniară

Se presupune alocarea eficientă a resurselor astfel încât profitul total să fie maxim. (Niculescu, C. 2012)

Fiind date următoarele notații:

- $m$  - depozite;
- $n$  - beneficiari;
- $a_i, i = \overline{1, m}$  - cantitatea disponibilă din resursa  $i$ ;
- $a_{ij}, j = \overline{1, n}$  - cantitatea necesară din resursa  $i$  pentru a produce o unitate de produs  $j$ ;
- $p_j, j = \overline{1, n}$  - profitul obținut dintr-o unitate de produs dat  $j$ ;

Se cere să se organizeze producția astfel încât profitul total să fie maxim.

$x_j, i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$  fiind cantitatea de produs  $j$ ;

$$\sup \sum_{j=1}^n b_j x_j$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq a_i, i = \overline{1, m} \text{ se numesc restricții} \\ x_j \geq 0, j = \overline{1, n} \text{ se numesc condiții de semn} \end{array} \right. [3]$$

### 2.1.2 Problema standard de transport

Se dau  $m$  origini/ centre de producție, fiecare detinând stoc  $a_i$  din același bun, și  $n$  destinații/consumatori cu cerințe  $b_j$ .

Să se găsească un plan de expediții de cost minim care să satisfacă toate cerințele. (Leon S. Lasdon, 1975)

- $m$  - depozite;
- $n$  - beneficiari;
- $a_i, i = \overline{1, m}$  - cantitatea de marfa disponibilă în depozitul  $i$ ;
- $b_j, j = \overline{1, n}$  - cantitatea de marfa cerută de consumatorul  $j$ ;

- $c_{ij}, i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$  - costul transportului unei unități de marfă de la depozitul  $i$ , la consumatorul  $j$ ;
  - $x_{ij}, i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$  - cantitatea de marfă expediată de la depozitul  $i$ , la consumatorul  $j$
1. Se cunosc cantitățile de marfă solicitate de fiecare consumator și cele de care dispune fiecare depozit; [2]
  2. Totalul cererilor este egal cu totalul mărfii disponibile;
  3. Marfa se expediază direct consumatorului;
  4. Costul transportului este proporțional cu cantitatea de marfă expediată; [2]

Soluția acestei probleme este optimă dacă asigură aprovizionarea beneficiarilor cu produsele dorite, iar cheltuielile de transport sunt minime. [2]

Cu ajutorul precizărilor și notațiilor de mai sus, modelul problemei standard de transport este:

$$\min \left[ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \right]$$

Modelul problemei de transport standard poate fi organizat în tabele de tipul:

**Tabelul 1.**

$D_i \setminus C_j$	$C_1$	$C_2$	...	$C_n$	Disponibil
$D_1$	$c_{11}$	$c_{12}$	...	$c_{1n}$	$a_1$
$D_2$	$c_{21}$	$c_{22}$	...	$c_{2n}$	$a_2$
⋮					⋮
$D_m$	$c_{m1}$	$c_{m2}$	...	$c_{mn}$	$a_m$
Necesar	$b_1$	$b_2$	...	$b_n$	

În raport cu

$$(1.1) \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i (\forall), i = \overline{1, m}$$

$$(1.2) \quad \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j (\forall), j = \overline{1, n}$$

$$(1.3) \quad x_{ij} \geq 0, (\forall), i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n} [2]$$

Problema are soluție admisibilă dacă și numai dacă:

$$a_i \geq 0, (\forall), \quad i = \overline{1, m}$$

$$b_j \geq 0, (\forall), \quad j = \overline{1, n}$$

Mulțimea tuturor soluțiilor admisibile se numește domeniu admisibil.[3]

Cu condiția, cantitatea de bunuri disponibile trebuie să fie egală cu cantitatea de bunuri necesare, astfel încat problema de transport să fie echilibrată, (Barbaciou I., 2009)

$$(1.4) \quad \sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

Dacă problema nu este echilibrată, aceasta se poate echilibra prin introducerea unor centre fictive care să conducă la egalarea cantității bunurilor disponibile cu cantitățile celor necesare, și totodată considerarea costurilor unitare de transport de la sau către acestea ca fiind nule. (Leon S. Lasdon, 1975)

Restricțiile problemei de transport (1.1) și (1.2) pot fi scrise sub formă matriceală astfel:

$$M * x = D,$$

unde M este o matrice de dimensiuni  $(m + n) * (m * n)$  ale cărei elemente sunt 0 sau 1, x un vector cu  $m * n$  componente  $x_{ij}; i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$ , și D un vector cu  $m + n$  componente  $a_i, (\forall), i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$  (Barbaciou I., 2009)

Matricea M are următoarea structură:

$$M = \begin{pmatrix} \begin{matrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & 1 & \dots & 1 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 \end{matrix} \end{pmatrix}$$

Condiția (1.4) face ca rangul matricei M să fie  $m + n - 1$ . (Barbaciou I., 2009)

Folosind tabele de forma celui prezentat mai jos putem rezolva problemele standard de transport:

Tabelul 2.

$x_{11}c_{11}$	$x_{12}c_{12}$	$x_{1n}c_{1n}$	$a_{1u_1}$
$x_{21}c_{21}$	$x_{22}c_{22}$	$x_{2n}c_{2n}$	$a_{2u_2}$
$x_{m1}c_{m1}$	$x_{m2}c_{m2}$	$x_{mn}c_{mn}$	$a_{1u_m}$
$b_{1v_1}$	$b_{2v_2}$	$b_{nv_n}$	

Numeralele  $u_i; i = \overline{1, m}$  și  $v_j; j = \overline{1, n}$  sunt multiplicatori simplex sau variabile din duala problemei:

$$\max \left\{ \sum_{i=1}^m a_i u_i + \sum_{j=1}^n b_j v_j \right\}$$

$$u_i + v_j \leq c_{ij}$$

Numim soluție nedegenerată de bază a problemei de transport un vector

$$x^* (x_{ij}^*), \quad i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n};$$

Cu  $m + n - 1$  componente nenule.

O soluție de bază este degenerată dacă vectorul are mai puțin de  $m + n - 1$  componente nenule.

Algoritmul de determinare a soluției optime presupune parcurgerea unor etape:

### 2.1.3 Determinare a unei soluții admisibile de bază

Pentru determinarea unei soluții de bază se utilizează tabelul standard aplicat condițiilor (1.1) și (1.2).

Se alege ca variabilă de bază un  $x_{pq}$  oarecare și i se atribuie valoarea maximă compatibilă cu ecuațiile, deci:

$$x_{pq} = \min\{a_p, b_q\}$$

- $a_p < b_q$ , deci  $x_{pq} = a_p$ , toate celelalte variabile din linia p vor lua valoarea zero;
- $a_p > b_q$ , deci  $x_{pq} = b_q$ , tabelul se restrânge stergând coloana q;
- $a_p = b_q$ , tabelul se poate restrânge fie stergând linia p, fie stergând coloana q.

Se demonstrează că soluția determinată cu ajutorul algoritmului prezentat este o soluție de bază. Metoda generală de determinare a soluției de bază poate fi particularizată. Cele mai cunoscute

metode sunt: metoda colțului nord-vest, metoda elementului minim și metoda diferenței maxime. (Barbaciou I., 2009)

#### 2.1.4 Metoda colțului de nord - vest

Cu ajutorul acestei metode se poate organiza transportul bunurilor disponibile din punctele de depozitare către punctele de consum, astfel încât costul total al transporturilor să fie minim.

Această metodă presupune parcurgerea următoarelor etape:

- Se pornește din colțul cel mai de nord-vest, respectiv din celula  $(i, j), i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$
- Se atribuie acestei celule valoarea cea mai mică între disponibilul și necesarul corespunzătoare centrelor  $D_i$  și  $C_j$ , respectiv valoarea  $x_{ij} = \min(a_i, b_j); (\forall) i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$ ;
- Se reduce disponibilul și necesarul de pe această linie și coloană cu valoarea alocată celulei  $(i, j), i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$ . Dacă  $x_{ij} = a_i$ , atunci se șterge linia  $i$ . Se alege în continuare următoarea celulă aflată în colțul cel mai de nord-vest, și se repetă procedeul până când au fost satisfăcute toate restricțiile. (Barbaciou I., 2009) (Leon S. Lasdon, 1975)

#### 2.1.5 Metoda elementului minim

În această metodă la fiecare pas  $k$  al aplicării algoritmului intră în bază variabila  $x_{pq}$  dacă

$$c_{pq} = \min(c_{ij}); (\forall) i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n};$$

Cu ajutorul acestei metode se poate determina soluția inițială de bază.

#### 2.1.6 Calculul multiplicatorilor simplex

Numerele  $u_i; (\forall) i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$  și  $v_j; (\forall) j = \overline{1, n}; i = \overline{1, m}$  sunt multiplicatori simplex sau variabile din duala problemei.

Multiplicatorii simplex  $u_i$  și  $v_j$  se calculează rezolvând sistemul de ecuații:

$$c_{ij} = u_i + v_j$$

Pentru toți  $x_{ij} \in B$ , unde  $B$  reprezintă mulțimea variabilelor de bază.

Sistemul conține  $m + n - 1$  ecuații și  $m + n$  necunoscute, astfel încât se poate atribui unei necunoscute o variabilă arbitrară.

#### 2.1.7 Criteriul de optimalitate

Situația poate fi îmbunătățită dacă există beneficii sau costuri comparative, acestea sunt nule pentru toate variabilele din bază.

$$\bar{c}_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j)$$

Soluția  $x^* = x_{ij}^*$  asociată bazei este optimă dacă este satisfăcută condiția

$$\bar{c}_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j) \geq 0$$

Pentru  $x_{ij}$  aparținând unei baze optime. (Barbaciou I., 2009)

#### 2.1.8 Algoritm pentru determinarea unei soluții îmbunătățite

Dacă există costuri comparative  $\bar{c}_{ij}$  negative, se determină:

$$\bar{c}_{pq} = \min_{i,j} \{ \bar{c}_{ij} < 0 \}$$

- Se atribuie variabilei  $x_{pq}$  o valoare pozitivă, nedeterminată;
- Se construiește un ciclu având primul vârf în celula  $(p, q)$  a tabelului și celelalte vârfuri situate numai în celule a căror variabile aparțin bazei. Mărima  $\theta$  se scade din toate valorile asociate vârfurilor pare ale ciclului și se adună tuturor variabilelor din vârfurile impare;
- Se determină mărimea  $\theta$ , atribuindu-i o valoare egală cu cea mai mică dintre valorile variabilelor de bază situate în vârfurile pare. Se demonstrează că ciclul corespunzător oricărei variabile care nu aparține bazei este unic determinat.

#### 2.1.9 Alocarea Optimală a resurselor limitate. Formulare generală în fluxuri logistice

Problemele de programare a producției pot avea o serie de dificultăți de alocare a resurselor. Putem formula o problemă de producție, pentru care vom găsi soluții optime cu optimizarea cheltuielilor.

Având un număr de  $I$  activități și o resursă care trebuie alocată acestor activități în fiecare perioadă de timp  $T$ ; fie  $x_{ij}$  nivelul activității  $i$  la momentul  $t$  și se definește vectorul  $x_i = [x_{i1}, \dots, x_{iT}]$ .

Caracteristicile unei mașini de producție pot limita rata producției unui produs, ceea ce influențează mulțimea nivelurilor activităților admisibile. (Barbaciou I., 2009)

Toate aceste restricții, fie că se referă la cerere sau la producție, se numesc restricții tehnologice, fiind reprezentate de multimea  $S_i$  astfel încât  $x_i \in S_i$ .

Pentru operarea unei activități  $i$  există un cost și utilizarea a cel puțin unei resurse.

Pentru alocarea optimă a resursei se vor găsi acele restricții tehnologice care minimizează costul de operare în timpul alocat, al tuturor activităților, în raport cu imitățile de resursă corespunzătoare fiecărei perioade de timp.

Problema programării în timp a producției unui număr de  $I$  articole poate fi inclusă în această formulare luând nivelul de activitate  $x_{it}$  ca fiind cantitatea din articolul  $i$  produsă în perioada de timp  $t$ . Resursa poate reprezenta chiar și numărul de mașini din producție.

Dacă presupunem că cererile clientului,  $r_{it}$ , sunt cunoscute pentru toate articolele în toate perioadele de timp, atunci, restricțiile  $x_i \in S_i$  pot proveni din limitarea inferioară și superioară a nivelului stocului  $\mu_{it}$  și a activităților  $x_{it}$  produse

$$S_i = \{x_i \mid (x_{it})_{\min} \leq x_{it} \leq (\mu_{it})_{\max}, (\mu_{it})_{\min} \leq \mu_{it}, t = \overline{1, T}\}$$

Unde nivelele stocurilor sunt date de:

$$\mu_{it} = \mu_{it-1} + x_{it} - r_{it}, t = \overline{1, T}, \mu_{i0} \text{ este dat. (Leon S. Lasdon, 1975)}$$

## 2.2 Aplicarea problemei de transport. Exemple de probleme în care se poate aplica problema de transport.

### 2.2.1 Exemplul 1

Date fiind patru produse  $p_1, p_2, p_3, p_4$  care pot fi executate pe trei mașini,  $M_1, M_2, M_3$ .

Se cunoaște cantitatea cerută din fiecare produs, numărul de ore necesare pentru executarea fiecărui produs, prețul de vânzare, costurile de producție ale unei unități de produs pe fiecare mașină și numărul mașinilor disponibile. (Barbaciou I., 2009)

Pentru rezolvarea unui caz particular vom folosi datele din următorul tabel, unde sunt prezentate valorile menționate mai sus.

**Tabelul 3.**

Produs	Cerere pe zi	Nr. de ore necesare pe unitate	Preț vânzare	Preț de cost			Beneficiu pe oră		
				$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M_1$	$M_2$	$M_3$
$P_1$	100	4	300	200	280	180	25	5	30
$P_2$	200	3	150	129	120	141	7	10	3
$P_3$	250	2	100	80	70	65	10	15	17,5
$P_4$	80	1	70	55	55	65	15	15	5
Numărul mașinilor disponibile				30	25	40			

Beneficiul pe oră obținut prin utilizarea unei mașini, de exemplu  $M_2$ , pentru executarea unui produs, de exemplu  $p_3$ , se calculează scăzând din prețul de vânzare al produsului prețul său de cost dacă este executat de  $M_2$  și împărțind diferența la numărul orelor de lucru. (Barbaciou I., 2009)

### 2.2.2 Exemplul 2

Punctele de depozitare a bunurilor sunt  $D_1, D_2, D_3, D_4$ , iar solicitanții/consumatorii sunt  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ . [2]

Cantitățile disponibile în punctele de depozitare, unitățile cerute în punctele de consum și costul transportului unei unități de marfă de la depozitul  $D_i$ ; ( $\forall i = \overline{1, 4}$ ), la beneficiarul  $C_j$ ; ( $\forall j = \overline{1, 6}$ ) sunt prezentate în tabelul de mai jos.

**Tabelul 4.**

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	Disponibil
$D_1$	90	27	15	42	25	10	2200
$D_2$	20	22	20	17	12	22	2000
$D_3$	25	14	10	24	34	8	1000
$D_4$	18	25	28	30	21	28	1800
Cereră	1200	800	700	1900	1000	1500	

Se cere organizarea transporturilor necesare aprovizionării consumatorilor astfel încât costul total al transporturilor să fie minim.

Pentru determinarea soluției initiale de bază vom folosi metoda colțului nord – vest.

Variabila corespunzătoare pătratului situat pe linia 1 și coloana 1 ia valoarea 1200, deoarece cererea consumatorului  $C_1$  este mai mică decât disponibilul din depozitul  $D_1$ . După această atribuire, tabelul nu mai conține decât coloanele  $C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ , liniile rămân aceleași, dar disponibilul pe linia  $D_1$  este  $2200 - 1200 = 1000$ .

Variabila din colțul nord – vest al noului tabel este  $x_{1,2}$ . Comparând disponibilul de 1000 de unități din linia întâi cu cererea 800 din coloana  $C_2$ , se atribuie variabilei  $x_{1,2}$  valoarea 800.

Noul tabel conține coloanele  $C_3, C_4, C_5, C_6$ , și liniile  $D_1, D_2, D_3, D_4$ , disponibilul din prima linie fiind  $1000 - 800 = 200$  de unități.

Variabila din colțul nord – vest este acum  $x_{1,3}$  și valoarea care i se poate atribui este egală cu 200, disponibilul din prima linie.

Depozitul  $D_1$  fiind golit, iar cererea consumatorului  $C_3$  nefiind satisfăcută integral, tabelul pe care se lucrează acum este format din coloanele  $C_3, C_4, C_5, C_6$ , și liniile  $D_2, D_3, D_4$ .

Disponibilul din aceste depozite este cel inițial, adică egal cu 2000, 1000 și respectiv 1300 de unități, iar cererile nesatisfăcute încă sunt de 500, 1300, 100 și 1300 de unități.

Continuând același raționament, găsim:  $x_{2,3} = 500$ ;  $x_{2,4} = 1300$ ;  $x_{2,5} = 200$ ;  $x_{3,5} = 800$ ;  $x_{3,6} = 200$ ;  $x_{4,6} = 1300$ .

Se observă că, lunând  $x_{4,6} = 1300$ , se epuizează disponibilul din ultimul depozit și se satisface în același timp integral cererea ultimului consumator.

Acest rezultat este asigurat de faptul că totalul cantităților de marfă din depozite este egal cu totalul cereilor.

Soluția determinată prin această metodă este o soluție de bază.

Soluția inițială de bază conține  $m = 4$  linii și  $n = 6$  coloane, iar soluția are  $m + n - 1 = 6 + 4 - 1 = 9$  valori nenule.

După care urmărim parcurgerea metodelor explicate în algoritmul prezentat până în momentul în care vom determina soluția optimă a problemei.

### 3 CONCLUZII

În concluzie problemele de optimizare sunt la bază probleme de alegere a deciziilor din opțiunile disponibile.

În contextul fluxurilor logistice, algoritmi matematici au aplicabilitate, ei urmărind să optimizeze resurse și procesele anevoioase, făcând ca fluxul să fie mai profitabil.

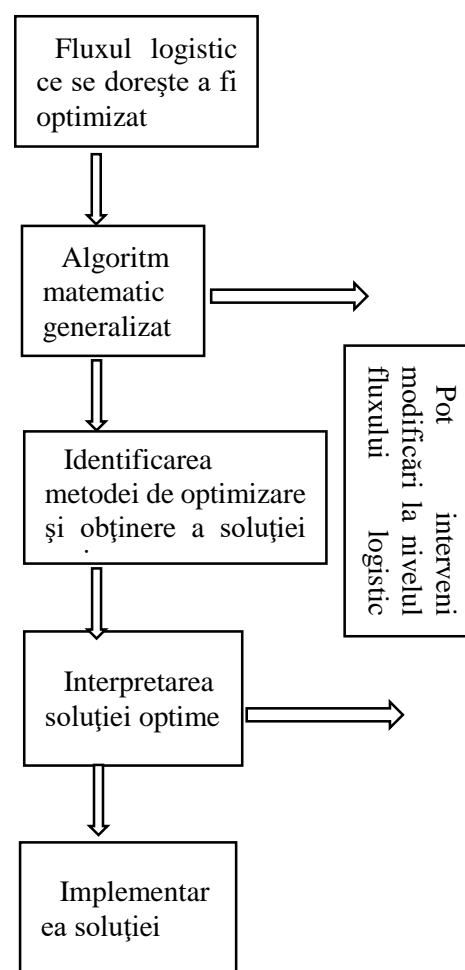
Făcând o schemă generală a construirii unui model matematic ar fi cel din figura 1.

Se poate vedea faptul că modelul lui Koopmans poate să și găsească aplicarea nu numai în transport, ci și în alte ramuri ale logisticii, cum ar fi în producția bunurilor.

Transportul este o structură care folosește un set de legături și conexiuni rezultate din infrastructurile modalităților de transport, având nevoie de o structură logistică proprie.

În cele din urmă algoritmi matematici putând fi materializați în programe software care pot simula procesul și genera soluțiile optime.

Fig 1.



### 4 BIBLIOGRAFIE

- [1]. Leon S. Lasdon, traducere din limba engleză dr. Stefan Cruceanu (1975), *Teoria Optimizării Sistemelor Mari*, Editura Tehnică, București.
- [2]. Barbacioru I. (2009), *Cercetări Operaționale*, Editura Academică Brâncuși, Târgu Jiu
- [3]. Niculescu, C. (2012), *Metode de optimizare pătratică*, Editura Universității București, București.