

# STUDIUL CINEMATIC ȘI MODELAREA UNUI MECANISM OSCILANT

**BARAC** Olgața Elena<sup>1</sup>, **GEAMBAȘU** Roxana Mihaela<sup>2</sup>, **MANOLE** Bianca Ștefania<sup>3</sup>  
și **MELINTE** Ligia Cremona<sup>4</sup>

Conducători științifici: Șl.dr.ing. **Ileana DUGĂEȘESCU**, As. dr. ing. **Luciana DUDICI**

**REZUMAT:** În lucrare se prezintă noțiuni teoretice referitoare la analiza structurală și cinematică a unui mecanism plan. S-a avut în vedere efectuarea analizei structurale și cinematice a unui sistem mecanic plan. Pentru acesta s-au determinat gradul de mobilitate, numărul de contururi independente și s-au elaborat modelul structural și schema de conexiuni. Din punct de vedere structural mecanismul studiat este alcătuit din o grupă modulară activă (GMAI) și două grupe modulare pasive de tip RRR. Analiza cinematică are în vedere calculul parametrilor dependenți de poziții, viteze și accelerații ai grupelor modulare.

**CUVINTE CHEIE:** analiză structurală, analiza cinematică, sistem mecanic, modelare

## 1 ISTORIC

Matematicianul Pafnuti Lvovici Cebîșev a absolvit Universitatea din Moscova. A avut importante contribuții științifice în domeniul probabilităților, statisticii și teoriei numerelor.



**Pafnuti Lvovici Cebîșev**

A avut contribuții științifice importante în domeniul matematicii, dintre care amintim: polinoamele lui Cebîșev, contribuții la interpolarea prin polinoame.

<sup>1</sup> Specializarea Inginerie Economică Industrială, Facultatea IMST;

E-mail: [barac.olgutaa@yahoo.com](mailto:barac.olgutaa@yahoo.com)

<sup>2</sup> Specializarea Inginerie Economică Industrială, Facultatea IMST;

<sup>3</sup> Specializarea Inginerie Economică Industrială, Facultatea IMST;

<sup>4</sup> Specializarea Inginerie Economică Industrială, Facultatea IMST;

Printre cele mai mari realizări în domeniul teoriei numerelor sunt găsirea formulei pentru determinarea aproximativă a numărului  $Li(x)$  și elaborarea legilor asimptotice ale numerelor prime.

Prima formulă pentru calculul gradului de mobilitate al unui mecanism plan format din cuple cinematice fundamentale (de rotație, de translație sau șurub-piuliță) și un singur contur a fost propusă de Cebîșev în 1869:

$$M = 3n - 2C_5 \quad (1)$$

unde:

–  $n$  reprezintă numărul de elemente mobile ale mecanismului,

–  $C_5$  reprezintă numărul cuplelor cinematice de clasa a V-a, inclusiv cele adiacente ale bazei.

Cebîșev a fost fondatorul primei școli superioare ruse de matematică.

(Sursa: <http://www.wikipedia.ro>)

## 2 ANALIZA STRUCTURALĂ

### A MECANISMULUI OSCILANT

Analiza structurală are ca scop punerea în evidență a elementelor și cuplelor cinematice în vederea calculului gradului de mobilitate și a numărului de contururi independente. Apoi se vor elabora modelul structural și schema de conexiuni.

Modelul structural este o reprezentare simbolică, independentă de poziția mecanismului și dimensiunea elementelor și care au în vedere exclusiv clasa elementelor și natura cuplelor din sistem.

Mecanismul este caracterizat prin grad de mobilitate ( $M$ ) ce reprezintă numărul gradelor de libertate ale sistemului în raport cu elementul fix (sistem de referință).

$$M = 3m - 2i - s \quad (2)$$

$m$  - reprezintă numărul elementelor cinematice mobile,

$i$  - numărul cuplelor inferioare,

$s$  - numărul cuplelor superioare.

Determinarea numărului de contururi independente ( $N$ ) este importantă deoarece furnizează numărul ecuațiilor vectoriale independente ce se pot scrie pentru un lanț cinematic.

$$N = i + s - m \quad (3)$$

În figura de mai jos este prezentată schema cinematică a mecanismului plan.

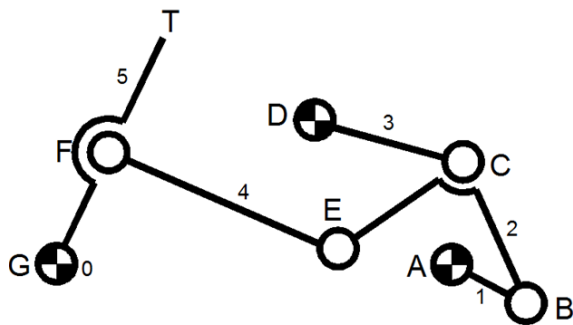


Fig. 1. Schema cinematică a unui mecanism oscilant

Din punct de vedere structural mecanismul este constituit din 3 grupe modulare:

- grupa modulară activă constituită din cupla activă din A și elementul cinematic 1;
- doua grupe modulare pasive de tip RRR formate din elementele cinematice 2, 3 și 4, 5;

În figura 2 este prezentat modelul structural corespunzător schemei cinematice din figura 1.

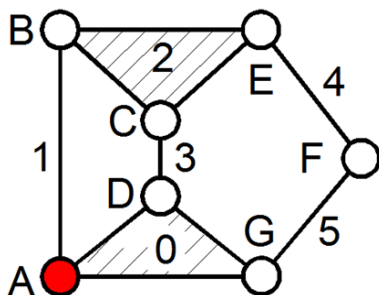


Fig. 2. Model structural pentru schema din Fig.1

Cunoscând modelul structural al mecanismului am realizat schema de conexiuni a acestuia, prezentată în fig. 3.

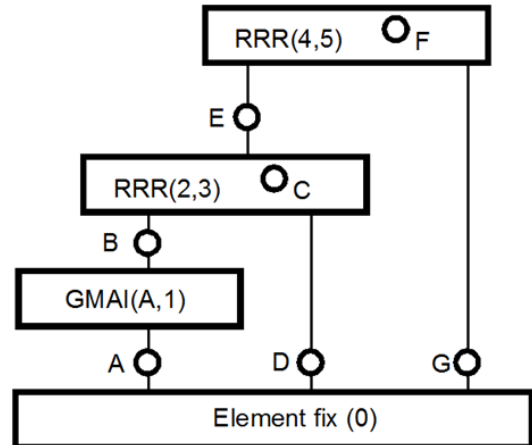


Fig. 3. Schema de conexiuni

### 3 ANALIZA CINEMATICĂ A MECANISMULUI OSCILANT

În figura 4 este prezentată schema cinematică a mecanismului studiat, în care s-au pus în evidență parametrii de poziție pentru grupa modulară activă și cele două grupe modulare pasive.

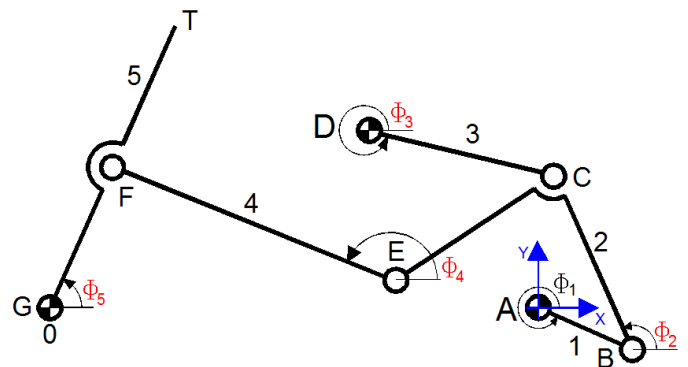


Fig. 4. Schema cinematică a mecanismului

Determinarea parametrilor dependenți ai grupelor modulare în succesiunea conectării acestora este prezentată mai jos.

#### 3.1 Grupa modulară activă

În figura 5 este prezentată grupa modulară activă formată din elementul cinematic 1 și cupla activă A.

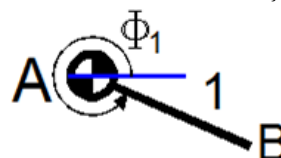


Fig. 5. GMAI (A,1)

În continuare se vor scrie ecuațiile pentru calculul parametrilor dependenți de poziții  $(X,Y)$ , viteze  $(X1,Y1)$  și accelerații  $(X2,Y2)$  și se vor prezenta graficele obținute în urma efectuării calculelor.

### Parametrii punctului B

#### Pozitii

$$\begin{aligned} XB_k &:= XA + AB \cdot \cos(\phi_{1k}) \\ YB_k &:= YA + AB \cdot \sin(\phi_{1k}) \end{aligned} \quad (4)$$

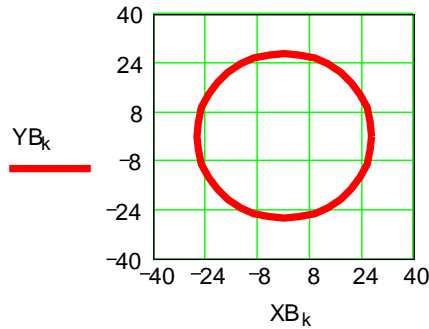


Fig. 6. Traectoria descrisă de punctul B

#### Viteze

$$\begin{aligned} X1B_k &:= X1A - AB \cdot \omega_1 \cdot \sin(\phi_{1k}) \\ Y1B_k &:= Y1A + AB \cdot \omega_1 \cdot \cos(\phi_{1k}) \end{aligned} \quad (5)$$

#### Accelerații

$$\begin{aligned} X2B_k &:= X2A - AB \cdot \varepsilon_1 \cdot \sin(\phi_{1k}) - AB \cdot \omega_1^2 \cdot \cos(\phi_{1k}) \\ Y2B_k &:= Y2A + AB \cdot \varepsilon_1 \cdot \cos(\phi_{1k}) - AB \cdot \omega_1^2 \cdot \sin(\phi_{1k}) \end{aligned} \quad (6)$$

### 3.2 Diada RRR(2,3)

În figura 6 este prezentată grupa modulară pasivă tip diadă RRR formată din elementele cinematice 2 și 3.

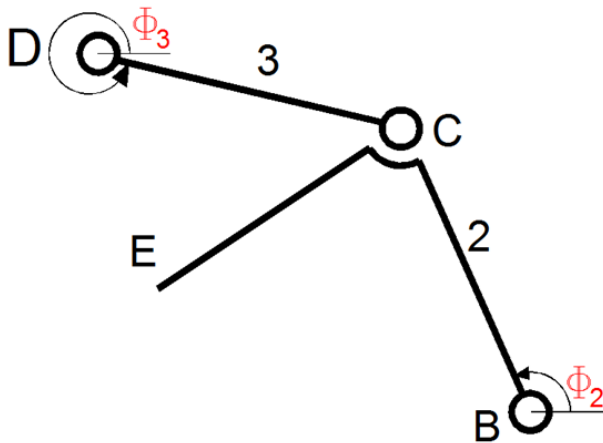


Fig. 6. Diada RRR (2,3)

#### Pozitii

$$\begin{aligned} XB_k - XD + BC \cdot \cos(\phi_2) - DC \cdot \cos(\phi_3) &= 0 \\ YB_k - YD + BC \cdot \sin(\phi_2) - DC \cdot \sin(\phi_3) &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

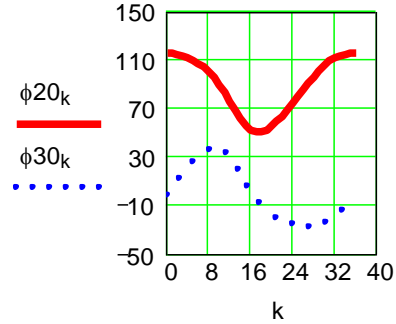


Fig.7. Parametrii dependenți de poziții

#### Viteze

$$\begin{aligned} A_k &:= \begin{pmatrix} -BC \cdot \sin(\phi_{2k}) & DC \cdot \sin(\phi_{3k}) \\ BC \cdot \cos(\phi_{2k}) & -DC \cdot \cos(\phi_{3k}) \end{pmatrix} \\ B_k &:= \begin{bmatrix} -(X1B_k - X1D) \\ -(Y1B_k - Y1D) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

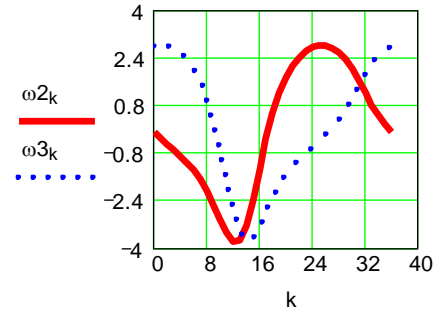


Fig.8. Parametrii dependenți de viteze.

#### Accelerații

$$A_k := \begin{pmatrix} -BC \cdot \sin(\phi_{2k}) & DC \cdot \sin(\phi_{3k}) \\ BC \cdot \cos(\phi_{2k}) & -DC \cdot \cos(\phi_{3k}) \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$C_k := \begin{bmatrix} -[X2B_k - X2D - BC \cdot (\omega_{2k})^2 \cdot \cos(\phi_{2k}) + DC \cdot (\omega_{3k})^2 \cdot \cos(\phi_{3k})] \\ -[Y2B_k - Y2D - BC \cdot (\omega_{2k})^2 \cdot \sin(\phi_{2k}) + DC \cdot (\omega_{3k})^2 \cdot \sin(\phi_{3k})] \end{bmatrix}$$

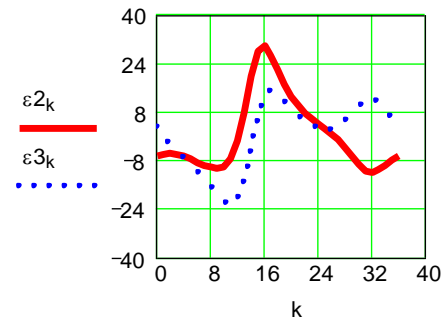
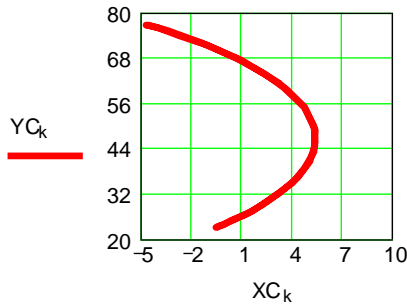


Fig.9. Parametrii dependenți de accelerații

*Parametrii punctului C*

*Pozitii*

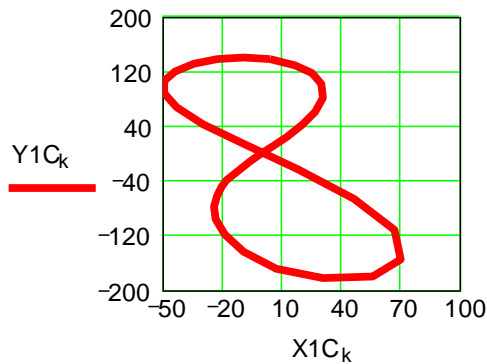
$$\begin{aligned} X_{C_k} &:= X_{B_k} + BC \cdot \cos(\phi_{2k}) \\ Y_{C_k} &:= Y_{B_k} + BC \cdot \sin(\phi_{2k}) \end{aligned} \quad (10)$$



**Fig.10. Traectoria punctului C**

*Viteze*

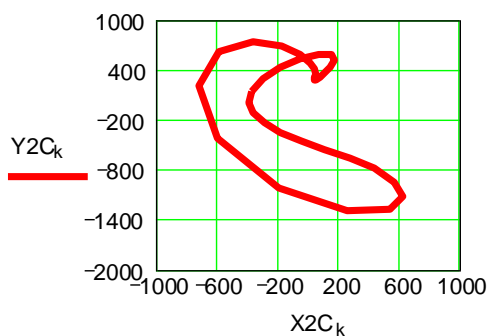
$$\begin{aligned} X1_{C_k} &:= X1_{B_k} - BC \cdot \omega_{2k} \cdot \sin(\phi_{2k}) \\ Y1_{C_k} &:= Y1_{B_k} + BC \cdot \omega_{2k} \cdot \cos(\phi_{2k}) \end{aligned} \quad (11)$$



**Fig. 11. Hodograful de viteze al punctului C**

*Accelerații*

$$\begin{aligned} X2_{C_k} &:= X2_{B_k} - BC \cdot \varepsilon_{2k} \cdot \sin(\phi_{2k}) - BC \cdot (\omega_{2k})^2 \cdot \cos(\phi_{2k}) \\ Y2_{C_k} &:= Y2_{B_k} + BC \cdot \varepsilon_{2k} \cdot \cos(\phi_{2k}) - BC \cdot (\omega_{2k})^2 \cdot \sin(\phi_{2k}) \end{aligned} \quad (12)$$

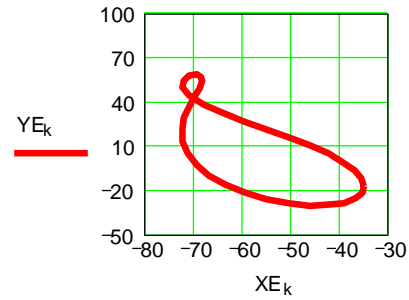


**Fig.12. Hodograful de accelerații al punctului C**

*Parametrii punctului E*

*Pozitii*

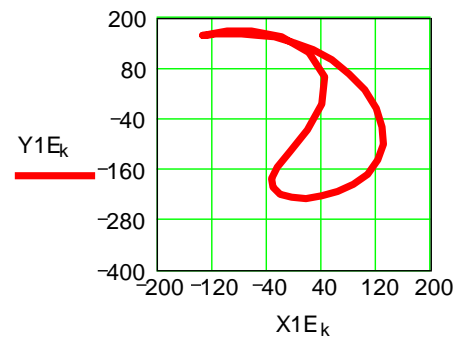
$$\begin{aligned} X_{E_k} &:= X_{B_k} + BE \cdot \cos(\phi_{2k} + \alpha) \\ Y_{E_k} &:= Y_{B_k} + BE \cdot \sin(\phi_{2k} + \alpha) \end{aligned} \quad (13)$$



**Fig.13. Traectoria punctului E**

*Viteze*

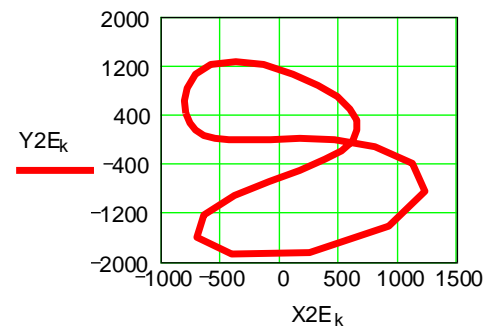
$$\begin{aligned} X1_{E_k} &:= X1_{B_k} - BE \cdot \omega_{2k} \cdot \sin(\phi_{2k} + \alpha) \\ Y1_{E_k} &:= Y1_{B_k} + BE \cdot \omega_{2k} \cdot \cos(\phi_{2k} + \alpha) \end{aligned} \quad (14)$$



**Fig.14. Hodograful de viteze al punctului E**

*Accelerații*

$$\begin{aligned} X2_{E_k} &:= X2_{B_k} - BE \cdot \varepsilon_{2k} \cdot \sin(\phi_{2k} + \alpha) - BE \cdot (\omega_{2k})^2 \cdot \cos(\phi_{2k} + \alpha) \\ Y2_{E_k} &:= Y2_{B_k} + BE \cdot \varepsilon_{2k} \cdot \cos(\phi_{2k} + \alpha) - BE \cdot (\omega_{2k})^2 \cdot \sin(\phi_{2k} + \alpha) \end{aligned} \quad (15)$$



**Fig.15. Hodograful de accelerații al punctului E**

### 3.3 DIADA RRR (4,5)

În figura 16 este prezentată grupa modulară pasivă tip diadă RRR formată din elementele cinematice 4 și 5.

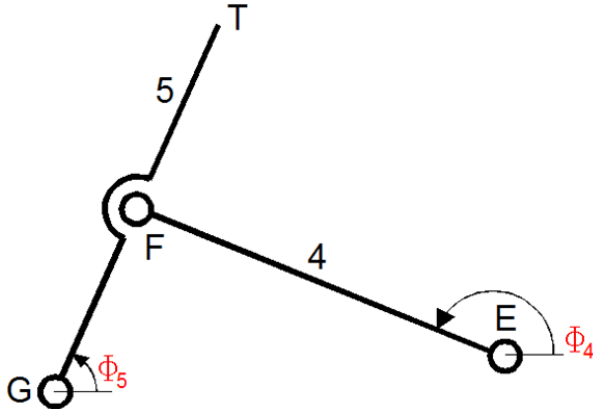


Fig. 16. Diada RRR(4,5)

Pozitii

$$\begin{aligned} XE_k - XG + EF \cdot \cos(\phi_4) - GF \cdot \cos(\phi_5) &= 0 \\ YE_k - YG + EF \cdot \sin(\phi_4) - GF \cdot \sin(\phi_5) &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

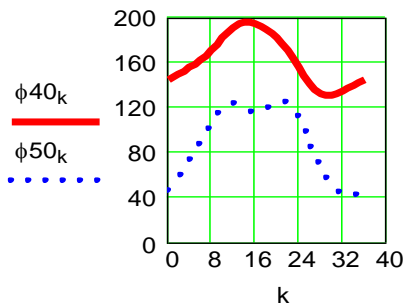


Fig.17. Parametrii dependenți de pozitie

Viteze

$$\begin{aligned} A_k &:= \begin{pmatrix} -EF \cdot \sin(\phi_{4k}) & GF \cdot \sin(\phi_{5k}) \\ EF \cdot \cos(\phi_{4k}) & -GF \cdot \cos(\phi_{5k}) \end{pmatrix} \\ B_k &:= \begin{bmatrix} -(X1E_k - X1G) \\ -(Y1E_k - Y1G) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

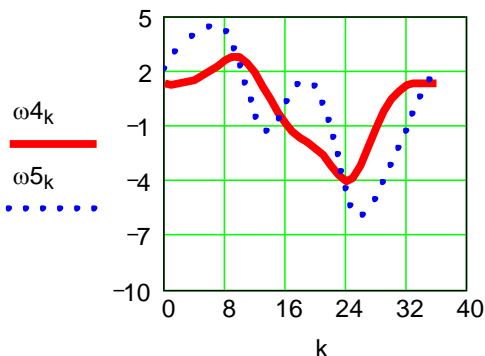


Fig.18. Parametrii dependenți de viteze

Accelerații (18)

$$C_k := \begin{bmatrix} -[X2E_k - X2G - EF \cdot (\omega_{4k})^2 \cdot \cos(\phi_{4k}) + GF \cdot (\omega_{5k})^2 \cdot \cos(\phi_{5k})] \\ -[Y2E_k - Y2G - EF \cdot (\omega_{4k})^2 \cdot \sin(\phi_{4k}) + GF \cdot (\omega_{5k})^2 \cdot \sin(\phi_{5k})] \end{bmatrix}$$

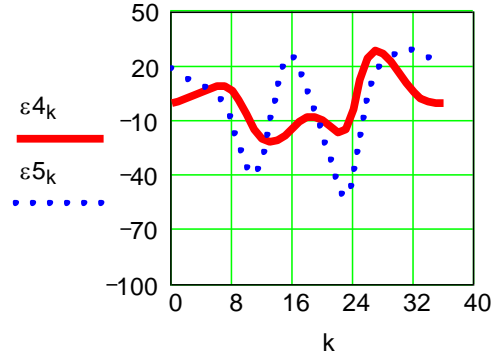


Fig.19. Parametrii dependenți de accelerații

### 3.4 TRAIECTORIA PUNCTULUI T

Ecuatiile pentru calculul traiectoriei punctului T sunt următoarele:

$$\begin{aligned} XT_k &:= XG + GT \cdot \cos(\phi_{5k}) \\ YT_k &:= YG + GT \cdot \sin(\phi_{5k}) \end{aligned} \quad (19)$$

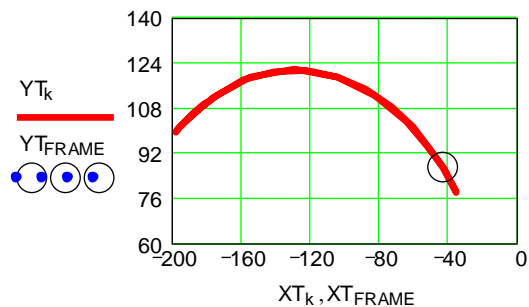


Fig. 20. Traiectoria descrisă de punctul T

## 4. MODELAREA MECANISMULUI OSCILANT

Mecanismul studiat a fost modelat utilizând un software specializat.

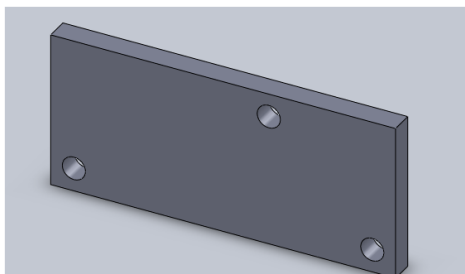
Pentru a efectua modelarea fiecărui element cinematic se utilizează opțiunea *Part* și se parcurg următorii pași:

- se deschide un fișier nou;
- se alege fereastra *Sketch*;
- se alege planul de lucru. În acest caz s-a ales *Front Plane*;
- se alege axa de simetrie și apoi forma *Straight Line*;

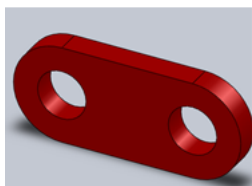
Cu ajutorul comenzii *Smart Dimension* se stabilesc cotele exacte ale elementelor cinematice. Apoi s-a extrudat forma geometrică obținută cu ajutorul comenzii *Extruded Boss/Base*.

Inițial s-au modelat toate elementele cinematice, apoi, cu ajutorul constrângerilor s-a efectuat asamblarea.

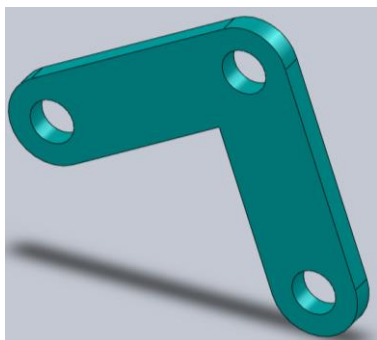
În continuare se vor prezenta elementele cinematice modelate.



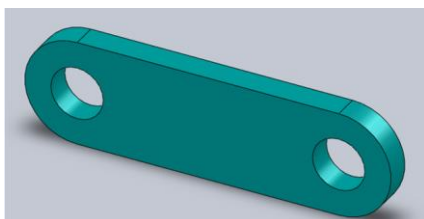
**Fig. 21. Element fix**



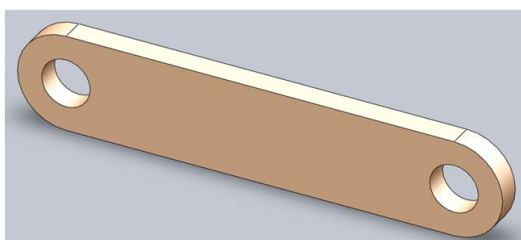
**Fig. 22. Manivela 1 (AB)**



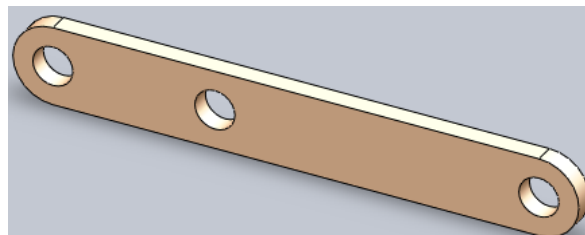
**Fig. 23. Biela 2 (B, C, E)**



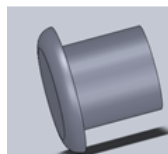
**Fig. 24. Balansier 3 (D, C)**



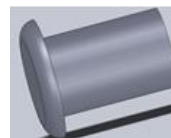
**Fig. 25. Balansierul 4 (F, E)**



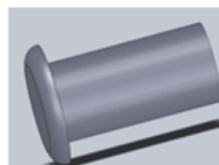
**Fig. 26. End-effector 5 (G, F, T)**



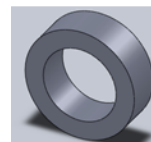
**Fig. 27. Bolț 1**



**Fig. 28. Bolț 1**



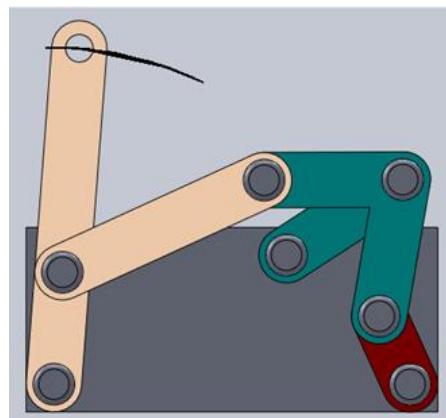
**Fig. 29. Bolț 1**



**Fig. 30. Bucșă**

Mecanismul modelat este prezentat în figura de mai jos.

În figura de mai jos este prezentată traiectoria descrisă de end-effectorul mecanismului studiat.



**Fig. 31. Traiectoria descrisă de end-effector**

## 5 REALIZAREA PRACTICĂ A MECANISMULUI

După efectuare analizei structural – cinematice și a modelării, sistemul mecanic a fost realizat practic. Mai jos sunt prezentate unele etape.

Platbanda este măsurată și debitată conform dimensiunilor specificate în desenul de execuție.

În figura de mai jos este prezentată o fază de lucru.



Fig. 32. Fază de lucru

Se poate observa elementul fix și trei elemente cinematice mobile. Acestea sunt pregătite pentru a începe montajul.

Primul element cinematic montat va fi manivela 1, apoi se vor monta pe rând toate elementele.



Fig. 33. Elementul fix și elemente cinematice mobile

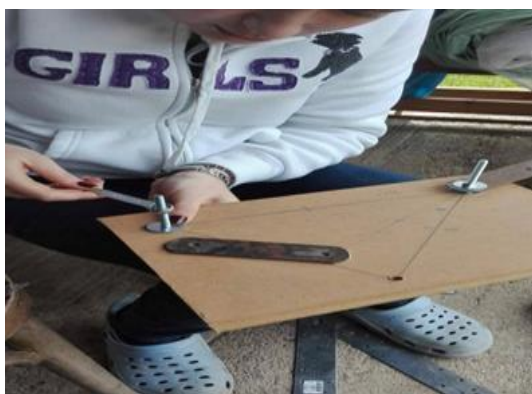


Fig. 34. Începerea asamblării



Fig. 35. Ansamblul montat



Fig. 36. Ansamblul final

## 6 CONCLUZII

În cadrul acestei lucrări s-a urmărit efectuarea analizei structurale și cinematice pentru mecanismul studiat. Pentru aceasta s-a elaborat modelul, structural, schema de conexiuni și s-au determinat parametrii dependenți de poziție, viteze și accelerații. S-au modelat toate elementele cinematice, s-au asamblat și s-a obținut sistemul mecanic plan. Apoi s-a realizat practic sistemul mecanic (figura 36).

## 7 BIBLIOGRAFIE

- [1] Comănescu, Adr., Comanescu, D., Dugăeșescu I., Boureci, A., *Bazele modelării mecanismelor*, Editura Politehnica Press, București, 2010;
- [2] Maican, E., *Solidworks, modelare 3D pentru ingineri*, Editura Printech, București, 2006;
- [3] Pelecudi, Chr., Comanescu, Adr., s.a., *Analiza cinematica a mecanismelor - probleme*, UPB, 1985.
- [4] Tempea, I., Dugaesescu, I., Neacsu, M., *Mecanisme*, Ed. Printech, 2006, ISBN (10) 973-718-560-9
- [5] Tempea, I., Dugaesescu, I., *Proiectarea Mecanismelor*, Ed. Printech, 2005, ISBN 973-718-246-4
- [6] <http://wikipedia.ro>