

THE CONSTRUCTION OF A MODEL OF THE SHAPING MECHANISM AND ITS KINEMATIC ANALYSIS USING THE MATHCAD SOFTWARE

MEHEDINȚI Patricia Camelia, PEREȚEANU Adrian Iulian și STAN Andreea Georgiana

Facultatea: Transporturi, Specializarea: TTL, Anul de studii: III,
e-mail: patricia.mehedinti@yahoo.com

Conducător științific: Conf. dr. ing. **Iulian Alexandru TABĂRĂ**

ABSTRACT: The mechanical processing by plastic deformation is one of the most widespread processes in the industry. In this paper we describe as broadly as possible the shaping mechanism. Using the AutoCAD software we designed the kinematic diagram and the structural diagram of the mechanism, and with the help of MathCAD software we calculated the kinematic analysis of the mechanism and plotted some diagrams to observe the variation of the kinematic parameters. Finally, we present the way we constructed from scratch and we list the materials used in the construction of the mechanism.

CUVINTE CHEIE: șeping, mecanism, analiză cinematică, construire, deformare plastică.

1. Introducere

Șepingul, denumit și mașină de rabotat transversal, este o mașină - unealtă destinată prelucrării suprafețelor plane orizontale, verticale sau înclinate, precum și a diferitelor canale ale pieselor de dimensiuni mici. Folosind dispozitive speciale, ca accesorii ale acestui tip de mașină, pe șeping se pot rabota danturi la cremaliere sau profiluri complicate.

În cadrul acestei lucrări, este descris modul în care a fost construit un mecanism șeping, mecanism al cărei analiza cinematică este realizată folosind aplicația MathCAD. Obiectivul principal îl constituie calculul parametrilor cinematici și ilustrarea variației acestora în funcție de poziția elementului conducător.

2. Stadiul actual

Prelucrarea mecanică prin deformare plastică este din ce în ce mai răspândită în procesele de fabricație a componentelor diverselor mașini și utilaje. Deformarea plastică este o metodă de prelucrare prin care, în scopul obținerii unor piese finite sau semifabricate, se realizează deformarea permanentă a materialelor în stare solidă, fără fisurare micro sau macroscopică.

Larga utilizare a acestor prelucrări este justificată de avantajele tehnico-economice pe care le oferă.

- proprietăți mecanice îmbunătățite datorită unei structuri omogene și mai dense ;
- posibilitatea executării cu mașini simple a unor piese complexe, greu sau chiar imposibil de obținut prin alte procedee de prelucrare;
- consum minim de materiale;
- posibilitatea obținerii unor forme complexe cu un număr minim de operații și manoperă redusă;

3. Analiza cinematică a mecanismului șeping

Cinematica este o ramură a mecanicii clasice care se ocupă cu studiul mișcării obiectelor fără a lua în considerație cauza ce duce la această mișcare, în cazul nostru, fără a ține cont de masele elementelor cinematice și de forțele și momentele care acționează asupra acestora.

Mecanismul șeping poate fi analizat prin **metoda conturilor deformabile independente**, care presupune înlocuirea conturului real al mecanismului cu contururi vectoriale, unde vectorii reprezintă lungimile reale ale elementelor mecanismului sau distanțele dintre cuple.

Pentru a efectua partea de calcul, am utilizat dimensiuni care corespund dimensiunilor reale ale mecanismului construit în cadrul acestei lucrări. Datele inițiale sunt după cum urmează:

Lungimile elementelor mecanice: $l_0 = 315$ [mm]; $l_1 = 100$ [mm]; $l_3 = 480$ [mm];

Poziția cuplelor elementelor fixe: $x_A = 0$; $y_A = 0$; $x_C = 0$; $y_C = -315$; $y_E = 165$;

Turația elementului conducător $n_1 = 38$ rpm.

Am conceput atât schema cinematică, cât și schema structurală a mecanismului, pentru a prezenta contururile cu ajutorul cărora am lucrat. (fig.1, fig.2)

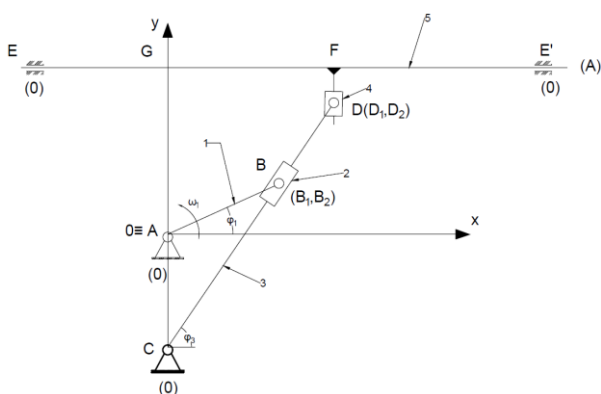


Fig. 1. Schema cinematică a mecanismului șeping

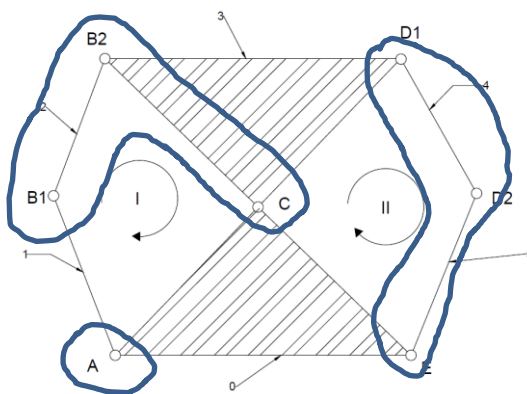


Fig. 2. Schema structurală a mecanismului

Etapele parcurse pentru calcularea parametrilor cinematici presupune: alegerea conturului vectorial convenabil, scrierea ecuației vectoriale corespunzătoare conturului, proiectarea ecuației vectoriale pe axele sistemului de coordonate convenabil ales, derivarea în raport cu timpul a sistemului ecuațiilor de poziții și obținerea sistemului ecuațiilor vitezelor, derivarea în raport cu timpul a sistemului ecuațiilor vitezelor și obținerea sistemului ecuațiilor de accelerații. Pentru rezolvarea facilă a calculului, am folosit aplicația MathCAD.

3.1 Conturul I

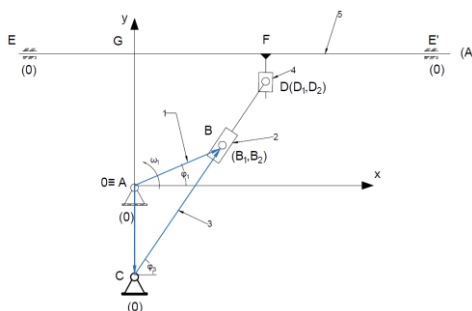


Fig. 3. Conturul I

Se scrie ecuația vectorială a conturului ales:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} \quad (1)$$

Ecuația (1) poartă numele de ecuație vectorială de contur, și poate fi scrisă și sub forma (1'), având în vedere egalitățile $l_1 = AB$, $l_0 = AC$, $s_2 = CB$, care mai poate fi scrisă sub forma:

$$\vec{l}_1 = \vec{l}_0 + \vec{s}_2 \quad (1')$$

Se proiectează ecuația vectorială (1') pe axele sistemului de coordonate carteziene xAy și se obțin ecuațiile scalare ale pozițiilor:

$$\begin{cases} l_1 * \cos\varphi_1 = l_0 * \cos\frac{3\pi}{2} + s_2 * \cos\varphi_3 \\ l_1 * \sin\varphi_1 = l_0 * \sin\frac{3\pi}{2} + s_2 * \sin\varphi_3 \end{cases} \quad (2)$$

$$\quad (2')$$

$$\begin{cases} l_1 * \cos\varphi_1 = s_2 * \cos\varphi_3 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} l_1 * \sin\varphi_1 = y_C + s_2 * \sin\varphi_3 \end{cases} \quad (3')$$

Sistemul format din ecuațiile (3),(3') are necunoscutele φ_3 , s și poate fi rezolvat direct pe cale trigonometrică. Parametrii cunoscuți sunt lungimea $l_1=100$ [mm] ; pozițiile cuplelor de legătură ale elementului fix $x_A=0$; $y_A=0$; $x_C=0$; $y_C=-315$; $y_E=165$.

Pentru rezolvarea sistemului de mai sus prin metoda directă se scriu ecuațiile sistemului sub forma (4) și (4'), separându-se necunoscutele φ_3 și s în termenii din stânga și termenii liberi în dreapta.

$$\begin{cases} s_2 * \cos\varphi_3 = l_1 * \cos\varphi_1 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} s_2 * \sin\varphi_3 = l_1 * \sin\varphi_1 - y_C \end{cases} \quad (4')$$

Ridicând la pătrat cele două ecuații și adunând membru cu membru se obține:

$$s_2^2 * \cos^2\varphi_3 + s_2^2 * \sin^2\varphi_3 = l_1^2 * \cos^2\varphi_1 + l_1^2 * \sin^2\varphi_1 - 2l_1 * y_C * \sin\varphi_1 + y_C^2 \quad (5)$$

$$s_2^2 = l_1^2 - 2l_1 * y_C * \sin\varphi_1 + y_C^2 \Rightarrow s_2 = \pm \sqrt{l_1^2 - 2l_1 * y_C * \sin\varphi_1 + y_C^2} \quad (6)$$

Determinarea unghiului φ_3 se face înlocuind valoarea obținută pentru s_2 în ecuația (4), obținându-se ecuația (7):

$$\cos\varphi_3 = \frac{l_1}{s_2} * \cos\varphi_1 \quad (7)$$

Notând cu t ecuația (7), putem concluziona faptul că unghiul φ_3 este de forma:

$$\varphi_3 = \arccos(t) \quad (8)$$

Pentru următoarele sisteme de ecuații, vom considera:

$$v_2 = s_2 = \frac{ds_2}{dt}, \omega_1 = \dot{\varphi}_1 = \frac{d\varphi_1}{dt} \text{ și } \omega_3 = \dot{\varphi}_3 = \frac{d\varphi_3}{dt}$$

Se derivează în raport cu timpul sistemul ecuațiilor de poziții (3), (3') și se obține sistemul ecuațiilor de viteze notate (9), (9') :

$$\begin{cases} v_2 * \cos\varphi_3 - s_2 * \omega_3 * \sin\varphi_3 = -l_1 * \omega_1 * \sin\varphi_1 & (9) \\ v_2 * \sin\varphi_3 + s_2 * \omega_3 * \cos\varphi_3 = l_1 * \omega_1 * \cos\varphi_1 & (9') \end{cases}$$

Acest sistem are ca necunoscute viteza liniară relativă v_2 și viteza unghiulară absolută ω_3 . În scopul determinării vitezei v_2 se înmulțește prima ecuație a sistemului (9), cu $\cos\varphi_3$, și cea de-a doua, (9'), cu $\sin\varphi_3$, obținându-se pentru sistemul ecuațiilor de viteze următoarea formă:

$$\begin{cases} v_2 * \cos^2\varphi_3 - s_2 * \omega_3 * \sin\varphi_3 * \cos\varphi_3 = -l_1 * \omega_1 * \sin\varphi_1 * \cos\varphi_3 & (10) \\ v_2 * \sin^2\varphi_3 + s_2 * \omega_3 * \sin\varphi_3 * \cos\varphi_3 = l_1 * \omega_1 * \sin\varphi_1 * \cos\varphi_3 & (10') \end{cases}$$

Adunând cele două ecuații ale sistemului de mai sus, va rezulta expresia de calcul a vitezei v_2 :

$$v_2 = l_1 * \omega_1 * \sin\varphi_3 * \cos\varphi_1 - l_1 * \omega_1 * \sin\varphi_1 * \cos\varphi_3 = l_1 * \omega_1 * \sin(\varphi_3 - \varphi_1) \quad (11)$$

În continuare, vom înmulți ecuația (9) cu $-\sin\varphi_3$ și ecuația (9') cu $\cos\varphi_3$, obținând o nouă formă a sistemului de viteze:

$$\begin{cases} -v_2 * \sin\varphi_3 * \cos\varphi_3 + s_2 * \omega_3 * \sin^2\varphi_3 = l_1 * \omega_1 * \sin\varphi_1 * \sin\varphi_3 & (12) \\ v_2 * \sin\varphi_3 * \cos\varphi_3 + s_2 * \omega_3 * \cos^2\varphi_3 = l_1 * \omega_1 * \cos\varphi_1 * \cos\varphi_3 & (12') \end{cases}$$

Adunând cele două ecuații se obține o ecuație cu o necunoscută, care se determină utilizând relația scrisă mai jos:

$$s_2 * \omega_3 = l_1 * \omega_1 * \cos(\varphi_3 - \varphi_1) \Rightarrow \omega_3 = \frac{l_1 * \omega_1 * \cos(\varphi_3 - \varphi_1)}{s_2} \quad (13)$$

Pentru determinarea accelerațiilor a_2 și ε_3 se vor deriva ecuațiile de viteze care formează sistemul (9), (9') în raport cu timpul, obținându-se sistemul ecuațiilor de accelerații notate (14) și (14'), având în vedere următoarele notații:

$$a_2 = v_2 = s_2 = \frac{dv_2}{ds_2} = \frac{d^2s_2}{dt^2}, \varepsilon_3 = \omega = \varphi = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

și viteza unghiulară a manivelei $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = 0$, deoarece viteza unghiulară $\omega_1 = ct$.

$$\begin{cases} a_2 * \cos\varphi_3 - 2 * v_2 * \omega_3 * \sin\varphi_3 - s_2 * \varepsilon_3 * \sin\varphi_3 - s_2 * \omega_3^2 * \cos\varphi_3 = -l_1 * \omega_1^2 * \cos\varphi_1 & (14) \\ a_2 * \sin\varphi_3 + 2 * v_2 * \omega_3 * \cos\varphi_3 + s_2 * \varepsilon_3 * \cos\varphi_3 - s_2 * \omega_3^2 * \sin\varphi_3 = -l_1 * \omega_1^2 * \sin\varphi_1 & (14') \end{cases}$$

Pentru determinarea accelerației relative a_2 se înmulțește prima ecuație cu $\cos\varphi_3$, cea de-a doua cu $\sin\varphi_3$, iar adunându-le vom obține:

$$a_2 - 2 * v_2 * \omega_3 * \sin\varphi_3 * \cos\varphi_3 - s_2 * \varepsilon_3 * \sin\varphi_3 * \cos\varphi_3 - s_2 * \omega_3^2 * \cos^2\varphi_3 + 2 * v_2 * \omega_3 * \sin\varphi_3 * \cos\varphi_3 + s_2 * \varepsilon_3 * \sin\varphi_3 * \cos\varphi_3 - s_2 * \omega_3^2 * \sin^2\varphi_3 = -l_1 * \omega_1^2 * \cos\varphi_1 * \cos\varphi_3 - l_1 * \omega_1^2 * \sin\varphi_1 * \sin\varphi_3 \quad (15)$$

$$\Rightarrow a_2 = s_2 * \omega_3^2 - l_1 * \omega_1^2 * \cos(\varphi_1 - \varphi_3) \quad (16)$$

În scopul determinării accelerației unghiulare ε_3 se înmulțește prima ecuație cu $\cos\varphi_3$ și a doua cu $\sin\varphi_3$. Expresiile rezultate se adună și se obține:

$$-a_2 * \sin\varphi_3 * \cos\varphi_3 + 2 * v_2 * \omega_3 * \sin^2\varphi_3 + s_2 * \varepsilon_3 * \sin^2\varphi_3 + s_2 * \omega_3^2 * \sin\varphi_3 * \cos\varphi_3 + a_2 * \sin\varphi_3 * \cos\varphi_3 + 2 * v_2 * \omega_3 * \cos^2\varphi_3 + s_2 * \varepsilon_3 * \cos^2\varphi_3 - s_2 * \omega_3^2 * \sin\varphi_3 * \cos\varphi_3 = l_1 * \omega_1^2 * \sin\varphi_3 * \cos\varphi_1 - l_1 * \omega_1^2 * \sin\varphi_1 * \cos\varphi_3 \Leftrightarrow 2 * v_2 * \omega_3 + s_2 * \varepsilon_3 = l_1 * \omega_1^2 * \sin(\varphi_3 - \varphi_1) \quad (17)$$

$$\Rightarrow \varepsilon_3 = \frac{l_1 * \omega_1^2 * \sin(\varphi_3 - \varphi_1) - 2 * v_2 * \omega_3}{s_2} \quad (18)$$

Ecuațiile de mai sus s-au rezolvat cu ajutorul aplicației Mathcad (fig. 4), iar rezultatele sunt prezentate în fig. 5. În figura 6 sunt diagramele de variație a parametrilor calculați în funcție de poziția φ_1 a elementului conducător.

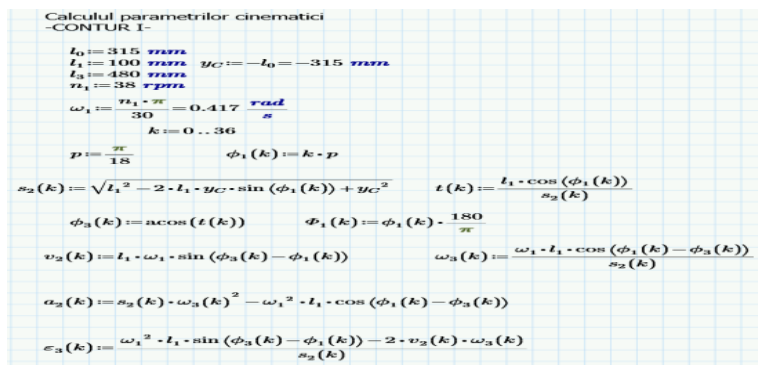


Fig. 4. Programul de calcul pentru determinarea parametrilor cinematici corespunzător conturului I

0.33	72.387	0.84	0.038	-0.005	0.041
0.347	73.495	0.837	0.054	-0.007	0.033
0.362	74.529	0.834	0.066	-0.008	0.027
0.375	75.492	0.83	0.076	-0.01	0.023
0.387	76.381	0.826	0.084	-0.011	0.017
0.397	80.078	0.823	0.09	-0.012	0.013
0.405	82.903	0.816	0.095	-0.012	0.009
0.41	85.219	0.811	0.098	-0.013	0.006
0.414	87.595	0.806	0.1	-0.013	0.003
0.415	90	0	0.1	-0.013	0
0.414	92.485	-0.006	0.1	-0.013	0.003
0.41	94.781	-0.011	0.098	-0.013	-0.006
0.405	97.097	-0.016	0.095	-0.012	-0.009
0.397	99.322	-0.021	0.09	-0.012	-0.013
0.387	101.419	-0.026	0.084	-0.011	-0.017
0.375	103.288	-0.03	0.076	-0.01	-0.021
0.362	105.061	-0.034	0.066	-0.008	-0.027
0.347	106.502	-0.037	0.054	-0.007	-0.033
0.33	107.413	-0.04	0.038	-0.005	-0.041
0.314	108.308	-0.041	0.019	-0.002	-0.05
0.296	108.503	-0.042	-0.004	4.577·10 ⁻⁷	-0.06
0.279	108.097	-0.041	-0.031	0.004	-0.07
0.262	106.99	-0.038	-0.062	0.008	-0.079
0.247	105.69	-0.034	-0.097	0.012	-0.084
0.234	102.548	-0.028	-0.132	0.017	-0.082
0.224	98.796	-0.02	-0.163	0.021	-0.087
0.217	94.585	-0.01	-0.186	0.024	-0.088
0.215	90	0	-0.194	0.025	-1.909·10 ⁻¹⁷
0.217	85.415	0.01	-0.194	0.024	0.028
0.224	81.291	0.02	-0.183	0.021	0.067
0.234	77.652	0.028	-0.152	0.017	0.082
0.247	74.91	0.034	-0.097	0.012	0.084
0.262	73.01	0.038	-0.062	0.008	0.079
0.279	71.903	0.041	-0.031	0.004	0.07
0.296	71.497	0.042	-0.004	4.577·10 ⁻⁷	0.06
0.314	71.692	0.041	0.019	-0.002	0.05
0.33	72.387	0.04	0.038	-0.005	0.041

Fig. 5. Valorile parametrilor cinematici corespunzatori conturului I

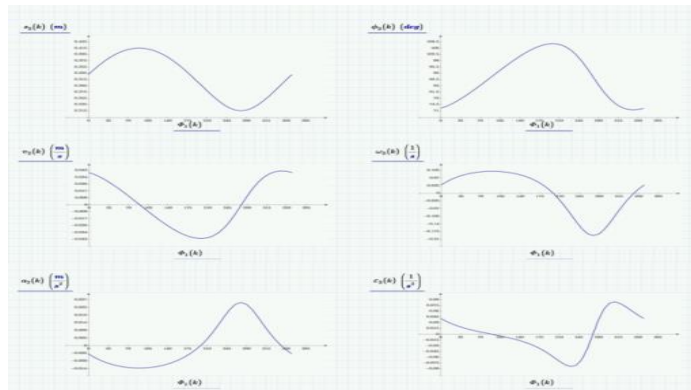


Fig. 6. Dependența parametrilor cinematici de poziția lui ϕ_1

3.2 Conturul II

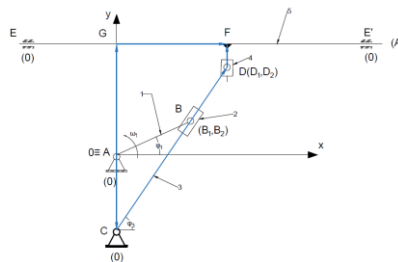


Fig. 7. Conturul II

Pentru determinarea mai facilă parametrilor cinematici corespunzatori conturului II, se consideră următorii pași:

- Trasarea perpendicularei din punctul D pe direcția de translație a elementului 5, EE';
- Notarea cu G a intersecției dintre axa Ay cu dreapta EE'.

Se va scrie ecuația vectorială a conturului ales:

$$\vec{AC} + \vec{CD} + \vec{DF} = \vec{AG} + \vec{GF} \quad (1)$$

Rezolvarea pentru conturul II este similară cu cea a conturului I. Partea de calcul poate fi observată în figura 8. Diagramele de variație se regăsesc în figura 9.

Calculul parametrilor cinematici
-CONTUR II-

$$l_5 := 180 \text{ mm}$$

$$s_5(k) := l_3 \cdot \cos(\phi_3(k)) \quad s_{45}(k) := l_5 + l_0 - l_3 \cdot \sin(\phi_3(k))$$

$$v_5(k) := -\omega_3(k) \cdot l_3 \cdot \sin(\phi_3(k)) \quad v_{45}(k) := -\omega_3(k) \cdot l_3 \cdot \cos(\phi_3(k))$$

$$a_5(k) := -\varepsilon_3(k) \cdot l_3 \cdot \sin(\phi_3(k)) - \omega_3(k)^2 \cdot l_3 \cdot \cos(\phi_3(k))$$

$$a_{45}(k) := -\varepsilon_3(k) \cdot l_3 \cdot \cos(\phi_3(k)) + \omega_3(k)^2 \cdot l_3 \cdot \sin(\phi_3(k))$$

Fig. 8. Programul de calcul pentru determinarea parametrilor cinematici corespunzători conturului II

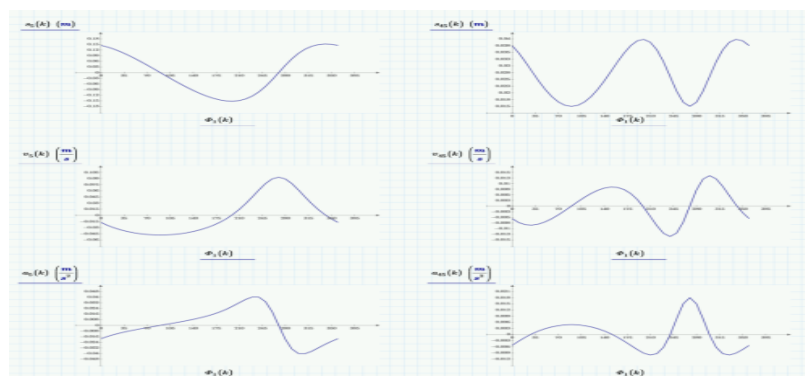


Fig. 9. Dependența parametrilor cinematici de poziția lui ϕ_1

4. Construcția mecanismului șeping

4.1 Părți componente

Proiectul de construire a mecanismului șeping s-a desfășurat în mai multe etape:

Etapa 1: Culegerea datelor și efectuarea măsurătorilor pentru realizarea mecanismului șeping;

Etapa 2: Schița mecanismului;

Etapa 3: Achiziția necesarului de materiale pentru construcție;

Etapa 4: Realizarea propriu-zisă a mecanismului.

Mecanismul a fost realizat pe o suprafață de lemn, de dimensiuni 800 x 800 mm. Motorul cu turație variabilă de 12 V, care acționează cupla motoare, joacă un rol esențial în funcționarea mecanismului construit. Alte materiale care au fost utilizate sunt: platband 3 m, de dimensiuni 20 mm x 0,2 mm, șuruburi cu cap hexagonal M8, piulițe hexagonale M8, bucșe cu diametrul $\varnothing 8,5$ mm, transformator C.A/C.C, polizor unghiular, pânză de debitat metale, mașină de găurit cu burghiu, vopsea și degresant.

4.2 Prelucrarea și asamblarea materialelor

În primă fază s-au făcut măsurători și calcule pe o machetă a mecanismului la scară mică, pentru observarea cu metodelor de calcul, apoi s-a început realizarea în atelier a mecanismului șeping. Pentru debitarea materialului din platband s-a folosit un polizor unghiular cu pânză pentru metale ușoare. După

debitarea platbandului la dimensiunile necesare, s-a folosit o mașină de găurit cu burghiu de metal, pentru eliminarea secțiunii de materiale din jumătatea platbandei. Suportul din lemn a fost debitat la dimensiunile necesare, găurit și pregătit pentru asamblarea mecanismului. Au fost introduse șuruburile împreună cu bușele de ghidaj, pentru a elimina cât mai mult rezistențele la frecare ale mecanismului.

Motorul de 12V a fost amplasat în spatele suportului de lemn, prins în cleme și șuruburi, conectat la instalația cu transformator pentru rețeaua de 220V.

Cu scopul de evita blocarea culisorului pe elementul de ghidare și de a minimiza frecarea dintre acestea, ne-am propus să îndepărtăm neregularitățile de pe ambele componente prin șlefuire cu ajutorul șmirghelului și prin gresarea elementelor. Pentru finisare, am vopsit brațele mecanismului, asamblate în ordinea impusă de construcția acestuia, unul câte unul apoi am gresat bușele de tranzit ale mecanismului și am efectuat proba finală a mecanismului șeping.

În figura 10 este prezentat mecanismul realizat.



Fig. 10. Mecanismul șeping construit

5. Concluzii

Având în vedere, pe de-o parte, analiza și schema cinematică a mecanismului șeping, putem trage concluzia că nu este un mecanism ai cărui parametri cinematici să fie dificil de calculat, iar pe de altă parte, realizarea, chiar dacă numai a unei machete, nu ridică probleme semnificative care să împiedice buna funcționare a acesteia.

Din analiza cinematică a mecanismului putem trage cu ușurință concluzia că determinarea parametrilor cinematici nu este deloc dificilă, având la bază derivarea unor ecuații și aplicații ale geometriei vectoriale și trigonometriei. În ceea ce privește construirea mecanismului, câteva abilități practice și dexteritatea sunt necesare pentru a avea un rezultat favorabil, și anume un mecanism funcțional.

6. Bibliografie

- [1]. Tabără, I., Ghinea, I. (2004), *Analiza structurală și cinematică a mecanismelor plane cu bare*, Editura BREN, București, ISBN 973-648-269-3.
- [2]. Moise, V., Simionescu, I., Ene, M., Neacsu, M. și Tabără, I.A. (2007), *Analiza mecanismelor aplicate*, Editura PRINTECH, București, ISBN 978-973-718-891-5.
- [3]. Meriam, J.L., Kraige, L.G. (2013), *Engineering Mechanics, Vol.2: Dynamics*, Ediția a 7-a, Editura John Wiley & Sons, Inc, New York, ISBN10 1118083458, ISBN13 978111808345.
- [4]. Norton, R. (1999), *Design of Machinery*, Editura McGraw Hill, Ediția a 2-a, Boston, ISBN 0-07-048395.
- [5]. Ionescu, T. și Tabără, I. (2001), *Dicționar explicativ pentru științele exacte – Mecanisme și mașini, MEC 1, Română/Englez/Francez/German/Rus*, Editura Academiei Române, Editura AGIR, București, ISBN 973-27-0861-1, ISBN 973-8130-68-9.